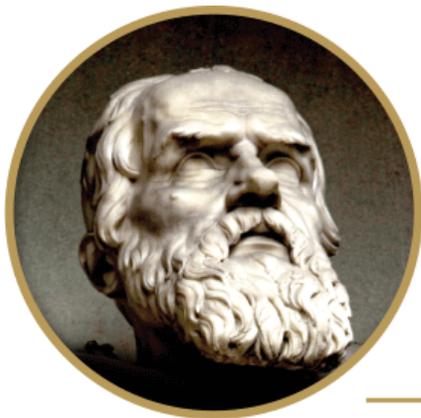


CARLOS GERARDO YAX TZUL

“CONSECUENCIAS DEL ESCASO CONOCIMIENTO DE LAS OPERACIONES BÁSICAS CON NÚMEROS ENTEROS, EN ESTUDIANTES DE SEGUNDO BÁSICO DE INSTITUTOS POR COOPERATIVA UBICADOS EN EL SECTOR OESTE DEL MUNICIPIO DE TOTONICAPÁN”.



Galileo
UNIVERSIDAD

La Revolución en la Educación

FACULTAD DE EDUCACIÓN

LICENCIATURA EN EDUCACIÓN DE LA MATEMÁTICA Y LA

FÍSICA

Quetzaltenango, agosto 2015

Este trabajo de Graduación fue elaborado por el autor, como requisito previo a obtener el título de Licenciatura en Educación de la Matemática y la Física.

Quetzaltenango, agosto de 2015.



Guatemala, 13 de agosto de 2015

Señor
Carlos Gerardo Yax Tzul
Carné 20067097
Presente.

Estimado Sr. Yax Tzul:

Tengo mucho gusto en informarle que, después de haber revisado su trabajo de graduación, cuyo título es **"CONSECUENCIAS DEL ESCASO CONOCIMIENTO DE LAS OPERACIONES BÁSICAS CON NÚMEROS ENTEROS, EN ESTUDIANTES DE SEGUNDO BÁSICO DE INSTITUTOS POR COOPERATIVA UBICADOS EN EL SECTOR OESTE DEL MUNICIPIO DE TOTONICAPÁN"**, y de haber obtenido el dictamen del asesor específico, autorizo la publicación del mismo.

Aprovecho la oportunidad para felicitarlo por el magnífico trabajo realizado, el cual es de indiscutible beneficio para el desarrollo de la Educación en Guatemala.

Atentamente,

FACULTAD DE EDUCACION


MA. BAYARDO MEJIA MONZÓN
DECANO

BAMM/gs
cc. File



La Revolución en la Educación
7a. Avenida final (Calle Dr. Eduardo Suger Cofiño) Zona 10
Guatemala, Centro América
P.B.X. 2423-8000



Guatemala, 12 de agosto del 2015

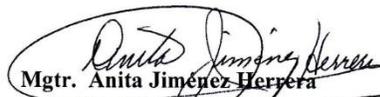
Magister: Bayardo Mejía Monzón
Decano de la Facultad de Educación
Presente.

Señor Decano:

Por este medio me permito comunicarle que leí y revise el trabajo de graduación del alumno Carlos Gerardo Yax Tzul, carné 20067097, titulada: "CONSECUENCIAS DEL ESCASO CONOCIMIENTO DE LAS OPERACIONES BÁSICAS CON NÚMEROS ENTEROS, EN ESTUDIANTES DE SEGUNDO BÁSICO DE INSTITUTOS POR COOPERATIVA UBICADOS EN EL SECTOR OESTE DEL MUNICIPIO DE TOTONICAPAN." Asesorada por el Ingeniero, Aníbal Alonzo López Mazariegos.

Después de revisarla detenidamente y de hacer las correcciones pertinentes, en mi calidad de Revisora de Redacción, Estilo y Ortografía, le informo que el trabajo de graduación llena los requisitos que exige la Universidad.

Me suscribo del señor decano, como su atenta y segura servidora.


Mgtr. Anita Jiménez Herrera
Colegiada No. 5986

Galileo
UNIVERSIDAD

La Revolución en la Educación

7a. Avenida final (Calle Dr. Eduardo Suger Cofiño) Zona 10
Guatemala, Centro América
P.B.X. 2423-8000

Quetzaltenango, 1 de agosto de 2015

Señores:

Facultad de Educación

Universidad Galileo, Guatemala

Ciudad

Respetables Señores:

Tengo el agrado de dirigirme a ustedes, para someter a su consideración el trabajo de graduación del señor, Carlos Gerardo Yax Tzul, con número de carné No. 20067097, titulada, "CONSECUENCIAS DEL ESCASO CONOCIMIENTO DE LAS OPERACIONES BÁSICAS CON NÚMEROS ENTEROS, EN ESTUDIANTES DE SEGUNDO BÁSICO DE INSTITUTOS POR COOPERATIVA UBICADOS EN EL SECTOR OESTE DEL MUNICIPIO DE TOTONICAPÁN" previo a optar al grado académico de Licenciado en Educación de la Matemática y la Física.

Así mismo, por haber tenido la oportunidad de dar seguimiento a la investigación y revisar el informe final, me permito manifestarles que la misma reúne ampliamente las condiciones exigidas por la Universidad Galileo y la Facultad de Educación para trabajos de esta naturaleza. Por lo que al trabajo yo le doy el visto bueno.

Atentamente



Ing. Aníbal Alonzo López Mazariegos

Colegiado 7105

Asesor

Guatemala, 2 de diciembre de 2014

Doc.

Bernardo Morales

Decano Facultad de Educación

Universidad Galileo

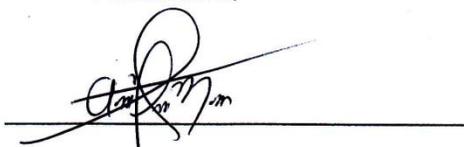
Presente.

Respetable Doctor Morales

A requerimiento del alumno Carlos Gerardo Yax Tzul, de carné 20067097, de la Licenciatura en Enseñanza de la Matemática y Física, he aceptado asesorar su trabajo de graduación, con el compromiso de revisar responsablemente el material e indicar todas las correcciones que deba realizar, antes de presentar el trabajo ante las autoridades educativas de la universidad, para su aprobación correspondiente.

Quedamos en espera de su autorización.

Atentamente,

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'Anibal Alonzo Lopez Mazariegos', is written over a horizontal line.

Ing. Aníbal Alonzo López Mazariegos

Colegiado No. 7105

Asesor

Guatemala, 2 de diciembre de 2014

Ingeniero:

Rolando Miguel Rodríguez Lima

Director de Programas Facultad de Educación

Universidad Galileo

Presente.

Respetable Ingeniero Rolando Miguel Rodríguez Lima:

A continuación encontrará las especificaciones que forman el protocolo de lo que será el modelo de trabajo de graduación para cumplir con los requerimientos previos a la obtención del grado académico de Licenciatura en la Enseñanza en Matemática y Física.

El título propuesto para el desarrollo del trabajo es: **CONSECUENCIAS DEL ESCASO CONOCIMIENTO DE LAS OPERACIONES BÁSICAS CON NÚMEROS ENTEROS, EN LOS ESTUDIANTES DE SEGUNDO BÁSICO DE LOS INSTITUTOS POR COOPERATIVA UBICADOS EN EL SECTOR OESTE DEL MUNICIPIO DE TOTONICAPÁN.**

Además presento como asesor del trabajo de graduación al Ingeniero Aníbal Alonzo López Mazariegos, quien manifiesta estar de acuerdo con el tema indicado y en la revisión del trabajo de graduación, quedando en espera de la aceptación por parte de las autoridades educativas de la Universidad. Atentamente,



Carlos Gerardo Yax Tzul

Carné: 20067097



Guatemala, 25 de enero de 2015

Señor
Carlos Gerardo Yax Tzul
Carné 20067097
Presente.

Estimado Sr. Yax Tzul:

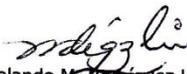
Tengo el gusto de informarle que ha sido aprobado su tema de trabajo de graduación, previo a obtener el grado académico de Licenciatura en Educación de la Matemática y la Física, cuyo título propuesto es:

**"CONSECUENCIAS DEL ESCASO CONOCIMIENTO DE LAS OPERACIONES BÁSICAS
CON NÚMEROS ENTEROS, EN ESTUDIANTES DE SEGUNDO BÁSICO DE INSTITUTOS
POR COOPERATIVA UBICADOS EN EL SECTOR OESTE DEL MUNICIPIO DE
TOTONICAPÁN".**

Después de revisarlo, he comprobado que cumple con lo solicitado, por lo que lo doy por **aceptado**, así como el asesor propuesto, Ing. Aníbal Alonzo López Mazariegos.

Lo exhorto a que continúe con el mismo entusiasmo y energía, hasta completar el trabajo de graduación

Atentamente,


MA. Rolando M. Rodríguez Lima
Director de Programas
Facultad de Educación

CC. Expediente

7a. Avenida final (Calle Dr. Eduardo Suger Cofiño) Zona 10
Guatemala, Centro América
P.B.X. 2423-8000

AGRADECIMIENTOS

A Dios, que es fuente de toda sabiduría, guía indispensable en el recorrido de mi vida y pieza principal para el logro de esta meta.

A mis padres Miguel Yax y Manuela Tzul

A mi esposa Irma Calel Sis

A mis hijos Kiara Analy, Carlos Manuel y Wendy Armenia Yax Calel

A mi nieto Estuardo Israel Yax Calel

A la Universidad Galileo por permitir hacer realidad mí meta

A los estudiantes del Instituto por Cooperativa del Cantón Juchanep, Totonicapán

RESUMEN

Para esta investigación se planteo el siguiente objetivo “Determinar las consecuencias del escaso conocimiento de las operaciones básicas con números enteros en los estudiantes de segundo básico que se encuentran ubicados en el sector oeste del municipio de Totonicapán” con la finalidad de proponer otras estrategias, técnicas y métodos que contribuyan con los docentes y estudiantes para una mejor asimilación de contenido sobre Aritmética, ya que ella es de mucha utilidad para su aplicación en los temas que se estarán desarrollado en el transcurso de su formación académica.

Para la investigación se tomaron como población a 194 estudiantes y 4 docentes de cuatro Institutos de Educación Básica por Cooperativa ubicados en el sector oeste del municipio de Totonicapán.

A los 194 estudiantes se les aplicó una boleta de encuesta; con 9 cuestionamientos cerrados y abiertos, para recabar información general y 10 cuestionamientos para obtener información específica sobre conocimiento de la Aritmética.

A los 4 docentes se les aplicó una boleta de encuesta; con 4 cuestionamientos, para obtener información general y 20 interrogantes específicas, cerradas y abiertas para conseguir información sobre la didáctica, metodología y estrategia que utiliza el docente para la enseñanza de los números enteros.

Se concluye que una forma más productiva de realizar el proceso enseñanza aprendizaje de la Aritmética, es por medio de la aplicación de diversidad de técnicas y estrategias.

ÍNDICE

CONTENIDO	PÁG.
RESUMEN	
CAPÍTULO 1.	
1.1. INTRODUCCIÓN	
CAPÍTULO 2.	1
2.1. ANTECEDENTES.	1
CAPÍTULO 3.	3
3.1. MARCO TEORICO.	3
3.1.1 Números Enteros.	3
3.1.2 Construcción de Números Enteros.	4
3.1.3 El Conjunto de los Enteros Positivos.	4
3.1.4 El Conjunto de los Enteros Negativos.	5
3.1.5 El Número Cero.	5
3.1.6 Números Enteros, Origen e Historia.	6
3.1.7 Enseñanza de los Números Enteros.	8
3.1.8 La Enseñanza Aprendizaje de la Aritmética.	9
3.1.9 Formas de Aprendizaje.	9
3.1.10 Formas del Aprendizaje.	9
3.1.11 La Forma de Aprendizaje Intelectual.	10
3.1.12 Formas de Aprendizaje.	12
3.1.13 Enfoque por Competencia en los Aprendizajes.	12
3.1.14 Cómo Enseñar.	14
3.1.15 Hacer Preguntas Frecuentemente.	15
3.1.16 Estrategias de Enseñanza.	16
CAPÍTULO 4.	18
4.1 DEFINICIÓN DEL PROBLEMA.	18
4.1.1 Objetivos.	19
4.1.1.1 Objetivos Generales.	19
4.1.1.2 Objetivos Específicos.	19
4.1.2 Variable de Estudios.	19
4.1.3 Definición de Variable.	20
4.1.4 Alcances y Límites.	21
4.1.4.1 Alcances.	21
4.1.4.2 Límites.	21
4.1.4.3 Aporte.	21
CAPÍTULO 5.	22
5.1 METODOLOGÍA.	22
5.1.1 Sujetos.	22
5.1.2 Instrumento.	22
5.1.3 Criterio de Selección de Muestra.	23
5.1.4 Procedimiento.	23
5.1.5 Diseño de la Investigación.	24
5.1.6 Metodología Estadística.	24

CAPÍTULO 6.	26
6.1 RESULTADOS	26
6.1.1 Cuadro No. 1 Boleta para estudiantes.	26
6.1.2 Cuadro No. 2 Boleta para docentes.	29
CAPÍTULO 7.	32
7.1 DISCUSIÓN DE RESULTADOS.	32
CAPÍTULO 8.	48
8.1 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.	48
8.1.1 Conclusiones.	48
8.1.2 Recomendaciones.	50
CAPÍTULO 9.	53
9.1 FUENTES BIBLIOGRÁFICAS.	53
Anexo 1.	55
Anexo 2.	76

CAPÍTULO 1

1.1. INTRODUCCIÓN

En otros países desde hace algunas décadas, los educadores en el área de la Matemática vienen Investigando, reflexionando y debatiendo sobre la formación matemática de los niños, niñas y jóvenes, sobre la manera de como ésta puede contribuir eficazmente a las grandes metas y propósitos de la educación actual. Por la necesidad que, la educación Matemática debe responder a nuevas demandas globales y nacionales, como las relacionadas con una educación para todos, la atención a la diversidad y a la interculturalidad de los países y la formación de ciudadanos y ciudadanas con las competencias necesarias para el ejercicio de sus derechos y deberes democráticos. Primordialmente para comprender mejor los cambios en la relación entre las metas de la educación de la Matemática y los fines de la educación actual.

Es también el caso de la educación de nuestro país Guatemala. Por lo que la investigación proporcionará argumentaciones sobre la importancia de la formación Matemática y su relación con las nuevas visiones de la naturaleza de la Matemática. Ello, en primer lugar, por su papel en la cultura y la sociedad, en aspectos como las artes plásticas, la arquitectura, las obras de ingeniería, la economía y el comercio; en segundo lugar, porque se ha relacionado siempre con el desarrollo del pensamiento lógico y, finalmente, porque su conocimiento se ha considerado esencial para el desarrollo de la ciencia y la tecnología.

En el departamento de Totonicapán, el proceso de aprendizaje de la Matemática no se ha realizado un estudio responsable y comprometedor, a pesar que es una de las ciencias de gran importancia para el desarrollo y formación integral de los estudiantes en todos los niveles de educación. Además de ser, una de las disciplinas que mayor utilidad tiene en la vida cotidiana de todo ser humano y sobre todo en los estudiantes, y con su correcto dominio o aprendizaje se obtienen grandes beneficios principalmente en el dominio de los contenidos que se desarrolla en las etapas posteriores.

En este sentido, solamente el docente de Matemática que reconozca los beneficios del completo dominio de la Aritmética, puede entender y realizar adecuadamente actividades relevantes y tareas matemáticas elementales. Por tanto es preciso reconocer que el dominio de la Aritmética como uno de los constituyentes del sistema cognitivo de todo sujeto. Su importancia permite establecer las bases de la construcción de los conocimientos matemáticos, además favorece la producción de otros conocimientos perteneciente a otras asignaturas del plan de estudio.

Se considera que uno de los grandes problemas del proceso de la enseñanza y aprendizaje de la Matemática en el nivel básico, es consecuencia de la deficiente asimilación y definición de los procesos anteriores, provocando en los estudiantes frustración y pérdida de atención en sus clases, específicamente en la aplicación de nuevos contenidos y sobre todo al realizar sus tareas, hojas de trabajo y en la solución de sus evaluaciones.

Para el curso de Matemática sobre todo el enfrentamiento de nuevos contenidos o cuestionamientos, indican los distintos autores que el desarrollo de contenidos anteriores, razonamiento lógico matemático y la ejercitación constante en clases como en casa de manera individual o grupal, vienen a contribuir de forma positiva en la asimilación de los contenidos de manera que estas se fijen en la memoria del estudiante utilizando menos esfuerzo. Logrando en el estudiante aplicar con facilidad y sobre todo con mucha eficiencia.

Para la enseñanza de la Matemática en el departamento de Totonicapán, la importancia que se le ha brindado, tomando los programas que impulsa el Ministerio de Educación de Guatemala tales como: “Me Gusta La Matemática” y el Proyecto “Guatemala” pero desafortunadamente no se ha prestado atención a la enseñanza-aprendizaje en el nivel básico, específicamente de la importancia del dominio de la Aritmética.

La presente investigación proporciona al docente técnicas y metodologías que contribuya al estudiante desarrollar sus habilidades en el dominio de la Aritmética, consiguiendo con ella mejorar su rendimiento en el curso de Matemática y tener mejor asimilación en su aprendizaje en los demás contenidos, para ello en el primer capítulo, se presenta una descripción del trabajo de investigación realizado en cuatro

Institutos por Cooperativa del municipio de Totonicapán, ubicados en el oeste del municipio.

En el segundo capítulo, se han desarrollado antecedentes de investigaciones realizadas en otros tiempos por otros autores que dan sus experiencias y sugerencias sobre la importancia del dominio de la Aritmética para mejorar el rendimiento en el área de la Matemática.

En el tercer capítulo, se desarrolla el Marco Teórico, en la que se detalla ampliamente la información sobre la forma de la construcción y enseñanza de la Aritmética y sus ventajas en el aprendizaje de la Matemática y la amplia comprensión que se logra tener en la asimilación de otros contenidos, esta información se fundamenta a través de las distintas obras de autores citados.

En el cuarto Capítulo, se presenta el planteamiento del problema, que consiste en el poco dominio de la Aritmética de los estudiantes y los problemas con que se encuentran los docentes y estudiantes. En el quinto capítulo, se presenta las técnicas y metodologías que se recomiendan para mejorar el desarrollo del aprendizaje de la Aritmética. En el sexto capítulo, se presentan los cuadros de resultados estadísticos. En el séptimo capítulo, se presentan los análisis, fundamentados en los diversos autores que aparecen citados en el marco teórico. Se presentan los resultados de la investigación, realizado con los 194 estudiantes investigados y 4 docentes de los cuatro Institutos por Cooperativa investigados. Con los datos estadísticos, que sustentan el análisis de cada planteamiento, desarrollado con los estudiantes y docentes; así mismo el análisis respectivo.

En el octavo capítulo, se presentan las conclusiones y recomendaciones a las que se ha llegado luego de realizar todo el proceso de investigación. Y como última parte del trabajo aparecen, las propuestas de investigación, la cual consiste en algunas sugerencias de ejercicios basados en actividades de Aritmética, tales ejercicios se fundamentan en contenidos para el ciclo básico, además se contemplan los anexos, las boletas de encuestas administradas a las diferentes personas sujetas de investigación.

CAPITULO 2

2.1 ANTECEDENTES

2.1.1 LOCALES:

En el departamento de Totonicapán aun no se ha realizado un estudio o investigación sobre el proceso enseñanza - aprendizaje de la Aritmética. Únicamente se ha centrado en obtener información sobre los resultados de evaluaciones que mide el nivel de logro de los estudiantes en Aritmética, sin descubrir cuáles son las causas del bajo rendimiento que reflejan en tales evaluaciones, aunque, la mayoría de docente y autoridades que se dedica a la educación en los centros educativos conocen las causas, pero con mucha preocupación me atrevo a decir que es poco el esfuerzo que se ha realizado para superar tales deficiencias, demostradas en las evaluaciones practicadas a los estudiantes en los diferentes niveles de educación.

2.1.2 ANTECEDNETES NACIONALES:

En el país Guatemala el primer trabajo realizado sobre la construcción de los números enteros, es la efectuada en el año 1 990 por el doctor Bernardo Morales y el Ingeniero Leonel Pinot, al elaborar cuaderno para estudiantes, sobre operaciones en Conjuntos Numéricos.

En la que se explica y demuestra detalladamente la construcción ordenada de los números enteros, así mismo las operaciones básicas y la aportación interesante es que además de su enseñanza está acompañada de actividades para el estudiante para la fijación del contenido desarrollado y su propio control de asimilación.

El Ministerio de Educción como responsable del buen desarrollo del proceso enseñanza-aprendizaje impulsa los programas “Me Gusta la Matemática” y “Guatemática” es un proyecto que tiene la finalidad mejorar la enseñanza de la Matemática en Guatemala, en las escuelas de educación primaria guatemalteca. Este proyecto permite adoptar nuevas metodologías, como el constructivismo, que ayuden a la mejor asimilación y dominio de la Aritmética en los niños y niñas que

favorece en la construcción de su propio aprendizaje partiendo de su experiencia cotidiana, además proporciona su participación directa y activa.

El propósito de la enseñanza de la Matemática es hacer de ella una herramienta útil para la vida. Pretende cambiar el rol del docente, de ser únicamente en proporcionar la información de conocimientos, a ser un facilitador del aprendizaje. Tales iniciativas son impulsadas por el Ministerio de Educación, con el propósito de modificar los alarmantes resultados obtenidos por los estudiantes en Matemática, en el nivel primario y esto se refleja en todos los niveles de educación del país y por otra parte también busca modificar la actitud de rechazo a tan importante materia, como instrumento para pensar, valorar y entender su entorno y un medio para alcanzar los mejores resultados en la enseñanza y el aprendizaje de Matemática.

Se ha descuidado la investigación y el descubrimiento de las causas que provocan los problemas en los estudiantes del país. La pedagogía señala que los maestros deben propiciar experiencias, actividades, juegos y proyectos que permitan a los niños desarrollar su pensamiento; mediante la observación, la exploración, la comparación y la clasificación de los objetos, contribuyendo con ella mejor y facilitar el aprendizaje de contenidos, tal es el caso de la Aritmética.

El texto; Matemática Primer curso; de la Editora Educativa, Un esfuerzo guatemalteco para la excelencia educativa, aparece en la tercera unidad didáctica de las páginas 79 a la 95, el tema sobre Números Enteros, teniendo como objetivo; reconocer, resolver, aplicar y manejar el conjunto de los números enteros. La cual no proporciona una didáctica específica sobre su enseñanza aprendizaje.

En otras instituciones y universidades del país, investigación específica sobre una didáctica de la enseñanza de los números enteros aun no existe, únicamente se ha centralizado en integrar los contenidos programáticos, además de investigaciones sobre problemas de rendimiento académico de los estudiantes y hacer propuestas de metodologías y didácticas de forma generalizada que contribuyan en la solución de las dificultades que se encuentra el docente en la enseñanza de la Matemática.

CAPÍTULO 3

3.1 MARCO TEORICO

3.1 NÚMEROS ENTEROS

El aprendizaje de los números enteros brinda un gran beneficio en los estudiantes para el dominio de los demás contenidos, ya que es de utilidad en los temas que se van desarrollando, tales como; orden jerárquico, introducción al Algebra y ecuaciones.

El enfoque y la forma en que se realiza la enseñanza de los números enteros, debe brindarse mucha atención, abarcando desde su origen y su construcción hasta la aplicación en las operaciones básicas, con la finalidad de conseguir una buena comprensión de los contenidos.

3.1.2 CONSTRUCCIÓN DE LOS NÚMEROS ENTEROS

(Morales B., Pinot L. 1990); Enteros positivos, negativos y cero

Definición: “Se dice que las parejas de números naturales tales que su primer elemento es mayor que el segundo son “positivos”; las que tienen su primer elemento menor que el segundo son “negativos”; y las que tienen ambos elementos iguales son “nulos”.

Esto es: B_1 : Conjunto de “positivos.

B_2 : Conjunto de “negativos”

B_3 : Conjunto de “nulos”

El siguiente paso es identificar entre los números positivos, a los números enteros positivos; entre los números negativos, a los números enteros negativos; e identificar a todos los nulos como el número entero “cero”. Para esto se estará tomando el conjunto de parejas ordenadas, para realizar la siguiente clasificación:

- Un primer conjunto se coloca a todas las parejas ordenadas tales que el primer elemento es mayor que uno, que el segundo elemento. Por ejemplo las parejas (3, 2); (4, 3); (9, 8); etc.... Esto es que el primer elemento de la pareja

le sobra 1 para ser igual al segundo elemento de la pareja. Obteniendo el primer conjunto de entero uno.

La representación canónica a la pareja (1, 0) se escribe $(\overline{1}, \overline{0})$ para representar al subconjunto B_1 .

Ejemplo 1: El número entero positivo uno es un conjunto de parejas ordenadas de naturales, tales que el primer elemento de la pareja es mayor que el segundo, en el natural uno, (1).

$$\text{Uno positivo} = \{(x, y), (x, y) \in N \times N \mid x = y + 1\}$$

- Todas las parejas ordenadas del subconjunto B_1 tales que el primer elemento sea mayor que el segundo en 2, por ejemplo (4, 2); (6, 4); (5, 3); (2, 0); etc. ... Su representante canónico es (2, 0).

Ejemplo 2: El número entero positivo dos es un conjunto de parejas ordenadas de naturales, tales que el primer elemento es mayor que el segundo, en el natural dos (2).

$$\text{Dos positivo} = \{(x, y), (x, y) \in N \times N \mid x = y + 2\}.$$

- En general, un número entero positivo z, está constituido por las parejas de los subconjuntos B, que sean equivalentes, lo que significa que todas ellas son tales que el primer elemento es mayor que el segundo elemento de la pareja, en z, esto es:

$$z \text{ positivo} = \{(x, y), (x, y) \in N \times N \mid x, y, x \in N\}$$

3.1.3 EL CONJUNTO DE LOS ENTEROS POSITIVOS

Se ha construido, el conjunto de los enteros positivos tomando parejas “positivas” y clasificando las mismas por diferencia entre elementos (primer elemento mayor que el segundo elemento).

Los representantes canónicos de los enteros positivos son aquellas parejas cuyo segundo elemento mayor es cero. Así (17, 0) es el representante canónico del entero positivo diecisiete = +17.

Notación: Al conjunto de los números enteros positivos se le identifica común mente con Z^+ . Se escribe $Z^+ = \{(1, 0), (2, 0), (3, 0), (4, 0), (5, 0), \dots\}$ o bien

$$Z^+ = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}.$$

3.1.4 EL CONJUNTO DE LOS ENTEROS NEGATIVOS

“De la misma manera que se ha clasificado con el primer conjunto B_1 , puede hacerse con la segunda, con la pequeña diferencia de que ahora se trabaja en el conjunto B_2 donde se encuentran los negativos por lo que el resultado será la obtención de los enteros negativos.

$(\overline{0, 1}) = \{(0, 1), (1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5), \dots\}$. A este entero (colección de parejas ordenadas de naturales cuyo primer elemento es menor que el segundo en una unidad) lo llamaremos uno negativo.

$(\overline{0, 2}) = \{(0, 2), (1, 3), (2, 4), (3, 5), (4, 6), (5, 7), \dots\}$, A este entero (colección de parejas ordenadas de naturales cuyo primer elemento es menor que el segundo en dos unidades) lo llamaremos dos negativo.

$(\overline{0, 3}) = \{(0, 3), (1, 4), (2, 5), (3, 6), (4, 7), (5, 8), \dots\}$ es el número tres negativo.

En general $\{(x, y) \mid y = x + n \text{ con } x, y, n \in N\}$. Etc.

Al continuar el proceso se obtiene el conjunto de los números enteros negativos, el cual por comodidad se representará por Z^- .

Notación: $Z^- = \{(0, 1), (0, 2), (0, 3), (0, 4), (0, 5), (0, 6), \dots\}$

o bien $Z^- = \{-1, -2, -3, -4, -5, -6; \dots\}$ ”.

3.1.5 EL NÚMERO ENTERO CERO

“El conjunto B_3 , en este conjunto están colocadas todas las parejas en las que el primer elemento es igual al segundo elemento, entonces la distancia del primero al segundo es cero. Formando el conjunto de cero.

$(\overline{0, 0}) = \{(0, 0), (1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), \dots\}$.

Notación: El número entero cero, que es $(\overline{0, 0})$, se escribe brevemente “0”.

Definición: El conjunto de los números enteros (Z) es la unión del conjunto de los números enteros positivos (Z^+) con el conjunto de los números enteros negativos (Z^-) y con el conjunto del número entero cero.

Esto es: $Z = Z^+ \cup Z^- \cup \{0\}$.

Notación: $Z = \{0, 1, -1, 2, -2, 3, -3, 4, -4, 5, -5, \dots\}$.

3.1.6 NÚMEROS ENTEROS; ORIGEN E HISTORIA

(Torres, 2014); “Desde la era primitiva el hombre siempre buscó respuesta a sus inquietudes. La inquietud permitió la aparición de conceptos abstractos en la mente del hombre primitivo ya evolucionado. Cuando el hombre desarrolla la capacidad de darle sentido racional a las cosas, nace el concepto de cantidad”.

Torres al referirse a la representación de la noción de cantidad, indica que diversas culturas se fueron desarrollando positivamente la que permitió al nacimiento de diversas notaciones de cantidad como la romana, babilónica, griega, maya entre otros. Además indica que la Matemática, cambia según el contexto que utiliza para la solución de problemas.

“Número Natural: Los números naturales tienen dos principales características: La cardinalidad y la ordinalidad. Los símbolos que representan a los números no han sido siempre los mismos. La simbolización de diversas culturas respecto a los números naturales, según su contexto”.

Para la comodidad o conveniencia, indica Torres que se adoptaron diversas simbologías sobre números naturales, adaptadas según el contexto de las culturas. Al final se estableció la notación del conjunto de números naturales, adoptando la letra N , la cual es el siguiente.

$N = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots, 100, 101, \dots\}$

“Incluyendo el cero en los números naturales tomando como referencia el aporte de Giuseppe Peano (1858 – 1932)”.

“Los números naturales se pueden sumar y multiplicar, pero no todos se pueden restar o dividir. Es por eso que se hace una extensión al conjunto de los naturales, la necesidad de completitud general el conjunto de los números negativos”.

“Los Números Negativos: Los números negativos antiguamente conocidos como; “números deudos” o “Números absurdos”, datan de una época donde el interés central era la de convivir con los problemas cotidianos”.

“Las primeras manifestaciones de su uso se remontan al siglo V, en oriente, y no llega hasta occidente hasta el siglo XVI. En oriente se manipulaban números positivos y negativos, estrictamente se utilizaban los ábacos, usando tablillas o bolas de diferentes colores”.

“Los chinos no aceptaron la idea de que un número negativo sea solución de una ecuación. Los indios la diferenciación entre números positivos y números negativos, interpretaban como créditos y débitos. Sin embargo fueron los indios los encargados en mostrar reglas numéricas para ello, esto en positivo y negativo. ES así que Brahmagupt, matemático indio contribuye al álgebra con presentación de soluciones negativas para ecuaciones cuadráticas”.

“La notación muy difundida para los números positivos y negativos fue gracias a Stifel. La difusión de los símbolos germánicos (+) y (-), se popularizó con el matemático alemán Stifel (1487 – 1567)”.

“Leonardo Euler es el primero en darles estatuto legal, en su *Anteitung Zur Algebra* (1770) trata de demostrar que $(-1)(-1) = +1$; argumentaba que el producto tiene que ser +1 ó -1 y que, sabiendo que se cumple $(1)(-1) = -1$, tendrá que ser $(-1)(-1) = +1$ ”.

“Los números negativos, además complementan o extienden el conjunto de los números naturales, generando por un defecto de los números naturales; La generalidad para la operación de la resta y división”.

“El hombre, visto en la imposibilidad de realizar, en general, la operación de resta creó otro conjunto, que viene hacer el conjunto de los números negativos. Los

números naturales junto con los negativos forman luego el conjunto de los números enteros”.

3.1.7 ENSEÑANZA DE LOS NÚMEROS ENTEROS.

Siendo los números enteros uno de los contenidos de aplicación constante en el desarrollo de temas que van impartiendo a lo largo de la formación académica del estudiante, por lo que es importante brindarle toda la atención necesaria, cumpliendo todos los procesos de su enseñanza- aprendizaje, obteniendo con ella mayor éxito en el dominio de cada contenido desarrollado.

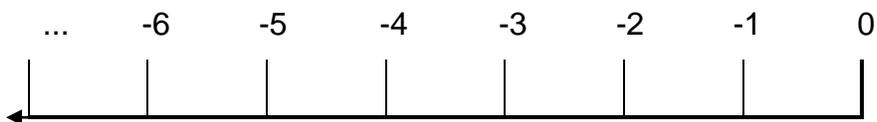
Para la enseñanza aprendizaje de los números enteros es importante considerar el proceso de aprendizaje que los estudiantes traen en el nivel primario, con la finalidad de darle continuidad y aprovechar los conocimientos ya fijados en su memoria.

En el nivel inferior, una forma muy frecuente de abarcar la enseñanza de los números enteros positivos, es por medio de la representación gráfica de la recta numérica, por lo que es conveniente aprovechar este conocimiento, no importando el error que se ha cometido, pero debe hacerse las correcciones de la enseñanza real de los números enteros positivos y números enteros negativos.

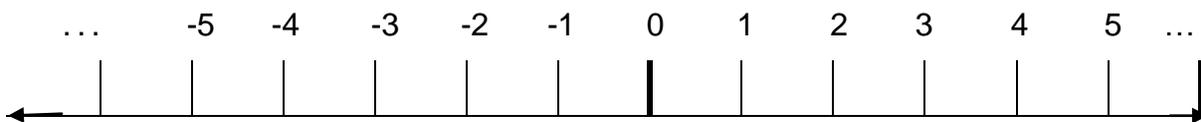
Representación gráfica del conjunto de números enteros positivos.



Representación gráfica del conjunto de números enteros negativos.



Representación gráfica del conjunto de números enteros positivos y negativos.



3.1.8 LA ENSEÑANZA APRENDIZAJE DE LA ARITMÉTICA

La enseñanza de la Aritmética es de vital importancia para el desarrollo profesional humano, ya que se utiliza en todo ámbito y momento de la vida diaria y sobre todo al encontrarse en un país multiétnico, plurilingüe y pluricultural.

La enseñanza de la Aritmética ofrece al estudiante múltiples oportunidades para su desarrollo y poder enfrentarse ante una sociedad competitiva, por lo tanto la búsqueda de alternativas por parte de autoridades y docentes debe ser inmediata y lograr el mejoramiento del aprendizaje de los contenidos programáticos.

La Aritmética es parte de la Matemática y su aprendizaje y dominio será elemental para el desarrollo de otras áreas como el Álgebra, la Geometría, la Estadística, la Economía entre otros, obteniendo con ella mayores oportunidades para enfrentarse ante un mundo competitivo, tecnológico, moderno y globalizado además un medio de alcanzar el desarrollo de un país.

3.1.9 FORMAS DE APRENDIZAJE

El aprendizaje del ser humano se realiza en todo momento y en diferentes ámbitos de la vida, influyendo las diferencias culturales y sociales del estudiante.

3.1.10 FORMAS DEL APRENDIZAJE

(Nérici I. 1994); “No hay aprendizaje puramente motor, emotivo o intelectual. El ser humano aprende a través de todo su realidad existencial. Lo que hay es predominio de la motricidad, emotividad o intelectualidad en este o en aquel aprendizaje. Desde el punto de vista didáctico, el aprendizaje puede ser coordinado, en orden de complejidad, en tres formas: motora, emocional e intelectual”.

- ❖ “En relación al aprendizaje de **forma motora**, indica que esta es la que evidencia los movimientos musculares y puede ser de dos formas: sensorio-motora y perceptivo-motora”.

- a) “La sensorio-motora es la que se adquiere habilidades motoras fáciles y automatizables y que pueden funcionar con un mínimo control del pensamiento”.
- b) “La perceptivo-motora ésta se refiere de alcanzar habilidades motoras en la que se requiere más control del pensamiento, requiere elección de estímulos y está sujeta a pequeñas adaptaciones”.
- ❖ “Al referirse al aprendizaje en **forma emocional**, menciona que es la que se utiliza con mayor preferencia la emotividad y que éstas pueden ser; de apreciación, de actitudes y de por Impulso de la voluntad”.

“La apreciación se refiere a que el individuo se capacita para aceptar la naturaleza. Las actitudes procura alcanzar posiciones definidas que orienta el comportamiento y la forma de reaccionar ante circunstancias presentes y la forma volitiva se trata al dominio de la propia voluntad, racionalización y socialización de los impulsos y deseos del ser humano”.

3.1.11 LA FORMA DE APRENDIZAJE INTELECTUAL

(Nérici I. 1 994); “La forma intelectual es la que utiliza preferentemente la inteligencia. Puede ser verbal, conceptual y de espíritu crítico”

“Verbal es la que procura aprender de memoria a reconocer nombres, fechas, hechos, relaciones, reglas, fórmulas. Esta forma de aprendizaje utiliza la memoria mecánica”.

La forma de aprendizaje verbal es de gran importancia desarrollarla en los estudiantes para mejorar el aprendizaje de la Matemática ya que por medio de ella se logra favorecer la memoria con el fin de fijar positivamente reglas y fórmulas que son de mucha utilidad en el área de la Matemática.

“Conceptual, es la que retiene hechos, relaciones y acontecimientos mediante la comprensión. Procura, así fijar circunstancias y causalidades, pudiendo llegar a las

abstracciones, definiciones o generalizaciones. Esta forma apela en mayor grado a la memoria lógica y se refiere a los conocimientos de naturaleza teórica”.

El aprendizaje conceptual, es otra forma que debe considerarse cuidadosamente ya que en el proceso enseñanza aprendizaje de la Matemática, existe una gran cantidad de contenidos que se realiza en forma abstracta y sobre todo la realización de generalizaciones y sobre la aplicación del razonamiento lógico del estudiante.

“De espíritu crítico. Esta forma otorga importancia a la asociación, comparación y análisis de ideas, circunstancias y hechos, a fin de extraer de ellos conclusiones lógicas”.

“La forma de aprendiza intelectual, debe prestársele interés para contribuir en su formación por parte de todas las autoridades e instituciones que se dedican a la educación. Unificar esfuerzos entre la comunidad educativa para la búsqueda de formas y estrategias que contribuyan en la realización efectiva del aprendizaje intelectual”.

“Todo docente debe estar dispuesto y comprometido con el aprendizaje de los educandos al realizar las aportaciones necesarias y adecuadas, consiguiendo el desarrollo intelectual y trabajar las habilidades verbales, conceptual y de espíritu crítico”.

El compromiso del docente es dedicarle todo el interés adecuado en las diferentes formas de aprendizaje ya que cada una de ellas proporciona una vital función en el estudiante para la construcción de su aprendizaje en el área de la Matemática. Tal es como la forma de aprendizaje de espíritu crítico, proporcionándole su desarrollo en la obtención de conclusiones lógicas, y la forma intelectual le proporciona ser un individuo con mejores habilidades y medios para enfrentarse ante los acontecimientos de su vida cotidiana.

3.1.12 FORMAS DE APRENDIZAJE

Para la realización del aprendizaje existen una gran cantidad de enfoques, que son producto de experiencias de expertos dedicados a la educación. En el presente trabajo se estarán mencionando algunas que se ajustan al medio en que se estará realizando la investigación.

3.1.13 ENFOQUE POR COMPETENCIAS EN LOS APRENDIZAJES

El enfoque de aprendizaje por competencias, en la actualidad no debe pasar por desapercibido ya que en la actualidad nos enfrentamos en un mundo moderno competitivo, por lo tanto la obligación de toda persona dedicada a la educación su compromiso es formar estudiantes competitivos que estén dispuestos y aptos para enfrentarse ante las exigencias que llega a presentarse ante los establecimientos educativos o institucionales.

(Xavier Roegiers, 2007); Competencia básica: “Es una competencia que debe ser necesariamente dominada por el alumno para poder entrar sin problema en nuevos aprendizajes que lo involucren”

(Xavier Roegiers, 2007); Menciona: “Que el aporte por competencias se sitúa, esencialmente, en tres niveles. Este enfoque permite:

- Dar sentido a los aprendizajes.
- Hacer aprendizajes más eficaces.
- Fundar los aprendizajes posteriores”.

“Dar sentido a los aprendizajes: este enfoque consiste, que el desarrollo de las competencias apunta a contextualizar los aprendizajes a los intereses de los alumnos, a darle sentido, a situar todos los aprendizajes en relación a una situación que tiene sentido para el alumno”.

“Hacer que el aprendizaje tenga sentido y que el conocimiento adquirido pueda utilizarla posteriormente en su vida escolar y lo fundamentalmente en su vida adulta y en el trabajo, esta favorece al estudiante en su proceso de aprendizaje”.

“Hacer aprendizajes más eficaces: El enfoque permite obtener en el aprendizaje las siguientes ganancias: Los conocimientos sean mejores fijados, lo primordial ha sido puesto en lo esencial y los conocimientos han sido relacionados unos con otros”.

“Además el enfoque por competencias asegura una fijación de los contenidos adquiridos; permitiendo poner mayor interés en lo esencial, ya que todos los aprendizajes no se encuentran en el mismo nivel de importancia. Algunos son útiles en la vida diaria y otros constituyen fundamentos de los aprendizajes siguientes. Finalmente el dominio a profundidad de un contenido pone, en práctica la relación con otros que sean ligados y lleva a establecer lazos entre las deferentes nociones provenientes de una misma disciplina o provenientes de otras disciplinas”.

“Fundar los aprendizajes posteriores: Al referirse a la fundación de los aprendizajes posteriores indica que, la puesta en relación progresiva de los diferentes contenidos adquiridos por los alumnos y la movilización conjunta de los conocimientos en situaciones significativas supera el marco de un aula y de un año escolar. Esta además permite construir un sistema más global, la que permite que de un año a otro, de un ciclo a otro, los conocimientos sean progresivamente reinvertidos y puestos al servicio de competencias más complejas. Con la idea del enfoque por competencias permite fundar los aprendizajes futuros”.

(Gloria G. 2 005); En la página 44 del texto Competencias en Matemática, sobre la elaboración de Estándares Básicos de Competencias en Matemática, en la ciudad de Colombia, al desarrollar el tema indica: “El desarrollo del razonamiento lógico empieza en los primeros grados apoyado en los contextos y materiales físicos que permiten percibir regularidades y relaciones; hacer deducciones; justificar o contradecir esas deducciones; dar explicaciones coherentes; proponer

interpretaciones y respuestas posibles y adoptarlas o rechazarlas con argumentos y razones.

Los modelos y materiales físicos y manipulativos ayudan a comprender que la Matemática no es simplemente una memorización de reglas y algoritmos, sino que tienen sentidos, son lógicas, potencian la capacidad de pensar y son divertidas. En los grados superiores, el razonamiento se va independizando de estos modelos y materiales, y puede trabajar directamente con proposiciones y teorías, cadenas argumentativas e intentos de validar o invalidar conclusiones, pero suele apoyarse también intermitentemente en comprobaciones e interpretaciones en esos modelos, materiales, dibujos y otros recursos”.

La enseñanza aprendizaje en todos los países debe darse desde el inicio en los primeros grados, siempre tomando en consideración el contexto en que se encuentra el estudiante y la aplicación de materiales físicos y visuales adecuados, que le faciliten hacer sus propias deducciones, además con ellas realiza las explicaciones adecuadas con la propia experiencia obtenida, de ella se obtiene con mayor facilidad la memorización de reglas y algoritmos que son necesarias para el aprendizaje adecuado de la Matemática.

3.1.14 CÓMO ENSEÑAR

La didáctica que se utiliza para cómo enseñar es otro aspecto que debe prestarse mucha importancia, porque ella es fundamental para hacer efectiva el aprendizaje de los estudiantes, además con ellas es posible hacer que el estudiante encuentre interés y satisfacción o todo lo contrario.

(Efraín Soto Apolinar, 2008); En la página 133 de su libro, Enseñanza Efectiva de la Matemática, al realizar sugerencias para la enseñanza, menciona la siguiente forma de enseñar; (Haga preguntas frecuentemente), proponiendo preguntas en el tema:

3.1.15 HACER PREGUNTAS FRECUENTE MENTE:

“ En relación a esta sugiere lo siguiente:

- Preparar preguntas adecuadas al nivel de cada estudiante.
- Cuando el estudiante conteste primero debe ordenar sus ideas.
- No exigir que el estudiante conteste inmediatamente, debe ayudarse dando algunas sugerencias, haciendo otras preguntas.
- Sugerir a dar explicaciones a problemas para que pueda entender el concepto de manera más profunda.
- En cada oportunidad que tenga el estudiante debe expresar sus ideas. El profesor debe identificar los errores en la forma de pensar o interpretar incorrectamente las propiedades de un objeto matemático.
- Permitir que el estudiante resuelva problemas, ya ésta ayuda a construir las bases del razonamiento lógico y profundizar el entendimiento del objeto matemático.
- Cuando un estudiante logra resolver un problema adquiere otra visión de la matemática, le ayuda a mejorar las condiciones de vida.
- El estudiante necesita aprender los principios matemáticos, adquirir habilidades de razonamiento y madurar en el proceso aprendizaje.
- Proponer preguntas abiertas durante la clase. Hacer que los estudiantes sientan que cada pregunta es un reto que debe alcanzar y una vez resuelta adquieren confianza y poder resolver problemas cada vez más difíciles. Se recomienda no hacer preguntas con respuestas de falso o verdadero”.

Entre otras de las sugerencias menciona las siguientes:

- La voz es importante.
- Relacionar a distintas ramas de la matemática.
- Dar definiciones claras para los estudiantes, pero precisas.
- Aplicar en distintos contextos cada concepto.

Existen una gran variedad de sugerencias, formas o estrategias para la realización de la enseñanza de los estudiantes, pero lo más importante es la disponibilidad del docente para su aplicación sistemática de tales sugerencias y conseguir que el proceso educativo sea efectivo y productivo para el beneficio del estudiante.

3.1.16 ESTRATEGIAS DE ENSEÑANZA

Las estrategias que el docente aplica para el desarrollo del proceso enseñanza aprendizaje debe ser una habilidad fundamental, ya que por medio de ella se obtiene un positivo resultado en el aprendizaje del estudiante.

El término estrategia se emplea en educación haciendo diferencia con didáctica y metodología, que son los medios o caminos que se emplean para lograr objetivos, pero que en ciertas ocasiones estos medios o caminos tomados, pueden ser modificadas, al contrario de las estrategias, estas son actos o actividades bien planificadas, que deben aplicarse disciplinadamente cumpliéndolas estrictamente, asegurando con ella el logro de las competencias trazadas.

(Monereo C. 1999); Estrategia: “Son actividades siempre conscientes e intencionales, dirigidas a un objetivo relacionados con el aprendizaje”.

“La estrategia se considera una guía de las acciones que hay que seguir, y que, obviamente, es anterior a la elección de cualquier otro procedimiento para actuar”.

“Las estrategias de aprendizaje es una de las medidas que todo docente debe tomar con mucha consideración, sobre todo investigar, estudiar y analizar las diferentes estrategias existen para tomar una buena decisión, con el fin de aplicar la más adecuada en el momento de desarrollar un contenido específico.

Para la ejecución efectiva de la enseñanza aprendizaje, es responsabilidad del docente seleccionar la forma o estrategia más adecuada y sobre todo que se ajusten a los diversos factores que condicionan en proceso educativo.

Entre los factores podemos mencionar algunas las que más frecuentemente el docente se enfrenta:

- ✓ Factores social, refiriéndose al los ideales que se tenga.
- ✓ Factores del área en que ubica el establecimiento, rural o urbana.
- ✓ Factores de motivación, en relación a oportunidades que tenga en el futuro.
- ✓ Factor subjetivo. Se refiere al nivel de madurez que se tenga.
- ✓ Factor cultural y educativo. El grado de desarrollo alcanzado por el estudiante sobre ciencia y asimilación de contenidos en los años anteriores.
- ✓ Factor de contenidos. Si los contenidos desarrollados en los planes de estudios cumplen el proceso lógico”.

Romero Escobar, Universidad Galileo, (2 013 Pág. 83), en su trabajo de investigación “La Ejercitación en el aprendizaje de la Matemática”, recomienda que, “La ejercitación en el curso de Matemática debe ser un proceso continuo que se debe dar durante el desarrollo de las clases y no dejar que se realice en los últimos días de cada unidad. Para ello es recomendable crear un cronograma de los ejercicios y tareas que va asignar durante la unidad, de esta manera evitar la improvisación, que devenga la ejecución de trabajos extensos y descontextualizados”.

La ejercitación responsablemente y planificada es una estrategia positiva que el docente del área de la Matemática debe asumir e implementar en su proceso enseñanza aprendizaje, ya que por medio de ella se logra una mejor asimilación de los contenidos desarrollados en clases.

CAPÍTULO 4

4.1 DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

En el municipio de Totonicapán, un alto porcentaje de estudiantes del nivel básico y medio tienen grandes dificultades en el dominio de los contenidos en el área de la Aritmética, esta se demuestra en el momento de resolver las pruebas sobre el logro de conocimientos adquiridos.

Los estudiantes en mucho de los casos al enfrentarse ante situaciones que se requieran operaciones con Aritmética quedan frustradas sus aspiraciones académicas al sentirse incapaces de dar soluciones a los cuestionamientos.

El estudiante que tiene deficiencia para la realización de operaciones de adición, sustracción, multiplicación y división con números enteros, se complica en la solución de ejercicios que tengan que aplicar números enteros, estas dificultades se agudiza en segundo y tercero básico. Esta es una de las causas que da como resultado el bajo logro de contenidos programáticos de la Aritmética.

El dominio de la Aritmética, van formando en el estudiante las bases fundamentales para la mejor asimilación de los contenidos programáticos, por lo tanto para todo estudiante que posee deficiencia en el dominio de dicho contenido, se le dificulta el buen desarrollo del proceso de aprendizaje en el área de la Matemática.

Escaso interés en directores, docentes y estudiantes en estar constantes en la aplicación de técnicas, estrategias y metodologías que vengán a contribuir con el proceso enseñanza aprendizaje de la Aritmética, lo más delicado se encuentra en que no se ha podido observar que esta área de la Matemática es fundamental e importante para el desarrollo y construcción de nuevos contenidos.

La Aritmética para muchos estudiantes por cooperativa del municipio de Totonicapán y estudiantes del país, lo consideran que es un área de aprendizaje que ocasiona dificultades y que es un verdadero castigo.

Para desarrollar habilidades por medio de la adquisición de nuevos conocimientos, en este proceso de aprendizaje participan en el estudiante una serie de factores que influyen de forma máxima o mínima medida afectando positivamente o negativamente en el estudiante.

4.1.1 OBJETIVOS

4.1.1.1 Objetivos Generales:

- Determinar las consecuencias del escaso conocimiento de las operaciones básicas con números enteros.
- Identificar los factores que afectan en el logro de la adición, sustracción, multiplicación y división con números enteros.

4.1.1.2 Objetivos Específicos:

- Determinar la influencia de la didáctica y metodología aplicada por el docente en la enseñanza de los números enteros.
- Aportar sugerencias en la construcción de recursos didácticos para realizar el proceso enseñanza aprendizaje de las operaciones básica de los números enteros.
- Desarrollar una propuesta que contribuya con el proceso de enseñanza aprendizaje de los números enteros.
- Elaborar una propuesta de formación al docente para una enseñanza activa, significativa y positiva para los estudiantes.

4.1.2 VARIABLE DE ESTUDIOS

- a. La construcción de los números enteros y sus operaciones básicas.
- b. Didáctica y metodología para el proceso de enseñanza aprendizaje de la Aritmética.

4.1.3 DEFINICIÓN DE VARIABLES

a. La construcción de los números enteros y sus operaciones básicas:

Definición conceptual: Serie de Compendios Schaum, en su “Teoría de Conjuntos y Temas Afines, define los números enteros, “son los números reales. ... -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...”

Se denotan los enteros por $Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ ”.

“Las propiedades de los números, es que son cerrados respecto de las operaciones de adición, multiplicación y sustracción”.

Definición Operacional: El presente trabajo define a los números enteros, como al conjunto formado por; números positivos y números negativos. Se expresa $Z = \{-\infty, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \infty\}$.

Las operaciones de suma, sustracción y producto de dos enteros, se obtiene como resultado otro entero, no así para la división de dos enteros, el resultado no siempre se obtiene otro entero.

C. Didáctica y metodología para la enseñanza aprendizaje de la Aritmética.

Definición conceptual: Hacia Una Didáctica General Dinámica, define la didáctica; como el arte de enseñar y que proviene de las voces griegas didaktiké.

Definición Operacional: La didáctica son habilidades que posee el docente para transmitir conocimiento de Aritmética.

Método son los medios o medidas educativas que utiliza el docente para realizar el proceso enseñanza aprendizaje de la Aritmética, las cuales están fundamentadas sobre conocimientos claros, seguros y leyes lógicas, alcanzando con seguridad la competencia.

4.1.4 ALCES Y LÍMITES

4.1.4.1 ALCANCES:

El proyecto de investigación abarcará exclusivamente estudiantes de Institutos Básico por Cooperativa de la región oeste del municipio de Totonicapán, sobre las causas que obstaculizan la percepción, detención o el conocimiento de las operaciones básicas con números enteros de sus estudiantes para mejorar el rendimiento en el área de la Matemática.

4.1.4.2 LÍMITES:

Los establecimientos oficiales y privadas no son sujetos de investigación y además las otras áreas de asignatura no estarán siendo tomadas para su investigación.

4.1.4.3 APORTE:

En el presente trabajo, se informa a los directores, docentes y alumnos, de los cuatro Institutos por Cooperativa; Cantón Chotacaj, Cantón Juchanep, Cantón Paquí. Cantón Nimapá, los resultados que proyectaron de la investigación por medio de la interpretación y análisis de los resultados. De esa manera crear en los directores, docentes y estudiantes el análisis y la responsabilidad sobre la aritmética. Además se plantearán una serie de propuestas didácticas, que contribuirán con mayor facilidad el proceso enseñanza aprendizaje de la Aritmética.

CAPÍTULO 5

5.1 METODOLOGÍA

“La metodología en una investigación, es el conjunto de actividades que deben desarrollarse, es decir, las acciones, los instrumentos, técnicas, los criterios y procedimientos a aplicar para la obtención de datos, con el propósito de lograr los objetivos propuestos en la investigación. Es importante determinar cómo se hará y con quién se efectuará”.

Partiendo de la definición anterior, el estudio permitió identificar a los sujetos a investigar, seguidamente la aplicación de los distintos instrumentos y técnicas, para la obtención de información confiable del estudio. A continuación se presenta cada uno de los aspectos:

5.1.1 SUJETOS

El universo identificado para la investigación, es el número de Directores, docentes y alumnos de los cuatro institutos por cooperativas existentes actualmente para el año 2015, en el área oeste del municipio de Totonicapán, siendo ellas:

- Instituto del cantón Chotacaj.
- Instituto del cantón Juchanep.
- Instituto del cantón Paquí.
- Instituto del cantón Nimapá.

5.1.2 INSTRUMENTOS

La investigación se realizará con la aplicación de un cuestionario con 15 preguntas abiertas, a estudiantes y docentes de segundo básico de los Institutos por Cooperativa de los cantones de Chotacaj, Juchanep, Paquí y Nimapá, cuya finalidad sondear a los representantes de los Institutos y conocer el grado de conocimiento acerca del rendimiento de sus estudiantes en el área de Matemática. Esto a la vez permite obtener indicadores para el diseño de investigación. Para una mayor

información con relación al objeto de estudio, se utilizarán técnicas tales como: entrevistas estructuradas y visitas institucionales de educación. La primera con preguntas entre ellas abiertas y cerradas, con las preguntas abiertas se logra a que los entrevistados tuvieran la oportunidad de expresar con toda libertad a los planteamientos que se realiza.

5.1.3 CRITERIO DE SELECCIÓN DE MUESTRA

En cuanto al criterio de la selección de la muestra, no se aplicó ninguna fórmula para establecerla, considerando que el universo identificado mediante un mapeo institucional realizado, lo constituyeron 4 Institutos por Cooperativa ubicadas en la región; oeste, del municipio de Totonicapán, hasta el año 2015, para el efecto se opta por trabajar con el muestreo, por ser una cantidad elevada de Institutos por cooperativa del municipio.

5.1.4 PROCEDIMIENTO

Los procedimientos a aplicar en el estudio, se definen en las siguientes etapas:

- a) Selección del tema.
- b) Determinar la población y muestra.
- c) Elaboración de boletas
- d) Investigación de campo.
- e) Tabulación e interpretación de la investigación.
- f) Análisis de resultados obtenidos.
- g) Elaboración del informe.

5.1.5 DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN

Se utiliza como diseño de investigación. La investigación Ex Post Facto: Este tipo de investigación se ajusta y es apropiada para establecer posibles relaciones de causa y efecto que permitan observar ciertos hechos ocurridos y la búsqueda de factores pasados que hayan podido originar.

Características de la investigación Ex Post Facto:

- ✓ Es que el investigador escoge uno o más efectos que le es dable observar y se remonta en el tiempo en busca de posibles causas.
- ✓ Proporciona información útil sobre la naturaleza del problema: que factores están asociados, bajo qué circunstancias, en que secuencias aparecen.
- ✓ Identificar las características de los estudiantes que obtienen altas notas en los contenidos asimilados.

5.1.6 METODOLOGIA ESTADISTICA

Se utilizó Muestra Probabilísticas o Aleatorias: Todos los elementos de la población tienen las mismas probabilidades de ser seleccionados.

Para la interpretación se utilizó el intervalo de confianza IC, para una proporción poblacional, al considerar que es una muestra grande, el nivel de confianza utilizada es de 99%. Para ello se usan las siguientes variables:

- a) Nivel de Confianza: NC= 99%
- b) Valor Crítico Normal Estándar: $Z_{\frac{\alpha}{2}} = Z_{0.005} = 2.58$
- c) Proporción: = P
- d) Intervalo de confianza: IC

$$IC = \frac{\hat{p} + \frac{Z_{\frac{\alpha}{2}}}{2n} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n} + \frac{Z_{\frac{\alpha}{2}}}{4n^2}}}{1 + \left(\frac{Z_{\frac{\alpha}{2}}^2}{n}\right)}$$

e) Límite de confianza inferior:

$$LCI = \frac{\hat{p} + \frac{Z_{\frac{\alpha}{2}}}{2n} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n} + \frac{Z_{\frac{\alpha}{2}}}{4n^2}}}{1 + \left(\frac{Z_{\frac{\alpha}{2}}^2}{n}\right)}$$

f) Límite de confianza Superior:

$$LCS = \frac{\hat{p} + \frac{Z_{\frac{\alpha}{2}}}{2n} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n} + \frac{Z_{\frac{\alpha}{2}}}{4n^2}}}{1 + \left(\frac{Z_{\frac{\alpha}{2}}^2}{n}\right)}$$

g) Total de la muestra = n

h) Frecuencia Absoluta = f

CAPÍTULO 6

6.1 RESULTADOS

Seguidamente se presentan dos cuadros que contienen el análisis estadístico de cada boleta que fue aplicada, una para estudiantes y la otra corresponde a docentes que imparten la asignatura de Matemática.

En el primer cuadro se presenta los resultados del proceso estadístico de la información recabada en los cuatro Institutos de Educación básica por Cooperativa ubicados en el sector oeste del municipio de Totonicapán.

6.1.1 CUADRO NO. 1

BOLETA DIRIGIDA A ESTUDIANTES CON $n = 194$

	F	\hat{p}	\hat{q}	Intervalo de Confianza	
				LCI	LCS
Pregunta 1					
Historia	47	0.24227	0.75773	0.15300	0.34865
Matemática	99	0.51031	0.48969	0.40182	0.61812
Comunicación y Lenguaje	48	0.24742	0.75258	0.15754	0.35406
Pregunta 2					
Ejercitar	134	0.69072	0.30928	0.58177	0.79703
Copiar	0	0.00000	1.00000	0.00000	0.00000
Aplicar	55	0.28351	0.71649	0.18972	0.39168
Nada	4	0.02062	0.97938	0.03652	0.10233
Pregunta 3					
Si	192	0.98969	0.01031	0.91013	1.03677
No	2	0.01031	0.98969	-0.03677	0.08988
Pregunta 4					
Mis padres estén contentos	12	0.06186	0.93814	0.00194	0.15085
Es importante para mí futuro	143	0.73711	0.26289	0.62976	0.8273
Porque puedo aplicar los contenidos en la vida	29	0.14948	0.85052	0.07302	0.24920
Para estar entre los mejores de mi clase	6	0.03093	0.96907	-0.02246	0.11463
Para que mis compañeros y maestros me admiren	4	0.02062	0.97938	-0.02928	0.10233
otros	0	0.00000	1.00000	0.00000	0.00000

	F	\hat{p}	\hat{q}	Intervalo de Confianza	
				LCI	LCS
Pregunta 6					
Si	144	0.74227	0.25773	0.63516	0.83332
No	50	0.25773	0.74227	0.16670	0.36485
Pregunta 7					
Si	157	0.80928	0.19072	0.70611	0.81193
No	37	0.19072	0.80928	0.10808	0.29389
Pregunta 8					
Si	107	0.55155	0.44845	0.44207	0.65762
No	87	0.44845	0.55155	0.34239	0.55793
Pregunta 9					
Asistir puntualmente	62	0.31959	0.68041	0.22235	0.42881
Hacer los ejercicios con interés	98	0.50515	0.49485	0.39682	0.61315
Participar activamente en clase	34	0.17526	0.82474	0.09484	0.27724
Quedarme fuera de clases	0	0.00000	1.00000	0.00000	0.00000
Copiar las tareas de los compañeros	0	0.00000	1.00000	0.00000	0.00000
Pregunta 1					
Es la parte de un todo	105	0.54124	0.45877	0.43196	0.64779
Es una multiplicación	20	0.10309	0.89691	0.03473	0.19779
Es el conjunto de números positivos y negativos	69	0.35567	0.64433	0.35543	0.46549
Pregunta 2					
Si	161	0.82989	0.17010	0.72835	0.90956
No	33	0.17010	0.82989	0.09045	0.27165
Pregunta3					
Si	183	0.94329	0.56701	0.78425	1.7293
No	11	0.56701	0.94329	0.42045	0.70913
Pregunta 4					
Al pagar un préstamo	65	0.33505	0.66495	0.23647	0.44458
Al repartir una ganancia	84	0.43299	0.56701	0.32772	0.54272
En ningún momento	45	0.23196	0.76804	0.14392	0.22427
Pregunta 5					
Explicación Oral únicamente	48	0.24742	0.75258	0.15754	0.35406
Con gráficas en el pizarrón	130	0.67010	0.32989	0.56067	0.76825
Con juegos	7	0.03608	0.96392	0.01779	0.12074
Otro, especifique	9	0.04639	0.95361	0.00997	0.13286

	F	\hat{p}	\hat{q}	Intervalo de Confianza	
				LCI	LCS
Pregunta 6					
Resolviendo problemas	142	0.73196	0.26804	0.62440	0.82414
Con gráficas en el pizarrón	39	0.20103	0.79897	0.11697	0.30494
Con juegos entre compañeros	13	0.06701	0.93299	0.00597	0.15679
Otra forma especifique	0	0.00000	1.00000	0.00000	0.00000
Pregunta 7					
Si	169	0.87113	0.12887	0.77349	0.94416
No	25	0.12887	0.87113	0.05585	0.22652
Pregunta 8					
Si	156	0.80412	0.19588	0.70058	0.88749
No		0.19588	0.80412	0.11252	0.29943
Pregunta 9					
No existe mucha explicación	32	0.16495	0.83505	0.08608	0.26607
Diferenciar la aplicación del signo	60	0.30928	0.069072	0.21298	0.41824
Hallar el procedimiento a seguir	69	0.35567	0.64433	0.25542	0.46549
Poco tiempo dedicado al tema	33	0.17010	0.82989	0.09045	0.27165
Pregunta 10					
Suma	35	0.18041	0.81959	0.09923	0.28279
Resta	8	0.04124	0.95876	-0.41883	0.12682
Multiplicación	49	0.25258	0.74742	0.16212	0.35947
División	46	0.23711	0.76289	0.14846	0.34322
Ninguna	56	0.28866	0.71134	0.19134	0.39700

6.1.2 CUADRO NO.2

Seguidamente se presentan los resultados estadísticos obtenidos, sobre la investigación de campo realizado a los docentes que imparten la asignatura de Matemática en los cuatro Institutos por Cooperativa ubicados en el sector oeste del municipio de Totonicapán.

BOLETA DIRIGIDA A DOCENTES

	F	\hat{p}	\hat{q}	Intervalo de Confianza	
				LCI	LCS
Pregunta 1					
Si	4	1.00000	0.00000	0.37536	1.00000
No	0	0.00000	1.00000	0.00000	0.00000
Pregunta 2					
Mucho	1	0.25000	0.75000	0.02998	0.78233
Regular	2	0.50000	0.50000	0.10483	0.89517
Poco	1	0.25000	0.75000	0.02998	0.78233
Nada	0	0.00000	1.00000	0.00000	0.00000
Pregunta 3					
Oral	0	0.00000	1.00000	0.00000	0.00000
Escrito	3	0.75000	0.25000	0.21766	0.97002
Visual	1	0.25000	0.75000	0.02998	0.78233
Pregunta 4					
Si	4	1.00000	0.00000	0.37536	1.00000
No	0	0.00000	1.00000	0.00000	0.00000
Pregunta 5					
Pizarrón	4	1.00000	0.00000	0.37536	1.00000
Cartel	0	0.00000	1.00000	0.00000	0.00000
Proyector	0	0.00000	1.00000	0.00000	0.00000
Computadora	0	0.00000	1.00000	0.00000	0.00000
Otros	0	0.00000	1.00000	0.00000	0.00000
Pregunta 6					
Diario	1	0.25000	0.75000	0.02998	0.78233
Semanal	0	0.00000	1.00000	0.00000	0.00000
Mensual	0	0.00000	1.00000	0.00000	0.00000
Al finalizar un tema	3	0.75000	0.25000	0.21766	0.97002
Pregunta 7					
Asignar un punteo	3	0.75000	0.25000	0.21766	0.97002
Fijar el tema	1	0.25000	0.75000	0.02998	0.78233
Aprovechar el tiempo	0	0.00000	1.00000	0.00000	0.00000

	Intervalo de Confianza				
	F	\hat{p}	\hat{q}	LCI	LCS
Pregunta 9					
Juegos Lógicos	2	0.50000	0.50000	0.10483	0.89517
Juegos didácticos	0	0.00000	1.00000	0.00000	0.00000
Juegos lúdicos	2	0.50000	0.50000	0.00000	0.00000
Pregunta 10					
Si	4	1.00000	0.00000	0.37536	1.00000
No	0	0.00000	1.00000	0.00000	0.00000
Pregunta 11					
Mejorar la comprensión del tema	1	0.25000	0.75000	0.02998	0.78233
Despierta el interés del alumno	2	0.50000	0.50000	0.10483	0.89517
Mantener ocupado al alumno	0	0.00000	1.00000	0.00000	0.00000
Mejorar la fijación del tema	1	0.250000	0.75000	0.02998	0.78233
Pregunta 12					
Si	4	1.00000	0.00000	0.37536	1.00000
No	0	0.00000	1.00000	0.00000	0.00000
Pregunta 13					
Si	4	1.00000	0.00000	0.37536	1.00000
No	0	0.00000	1.00000	0.00000	0.00000
Pregunta 14					
Falta de conocimiento previo	1	0.25000	0.75000	0.02998	0.78233
Falta de atención en clase	1	0.25000	0.75000	0.02998	0.78233
Falta de interés del tema	1	0.25000	0.75000	0.02998	0.78233
Poca ejercitación	1	0.25000	0.75000	0.02998	0.78233
Poco tiempo de aplicación	0	0.00000	1.00000	0.00000	0.00000
Pregunta 15					
Nada	0	0.00000	1.00000	0.00000	0.00000
Poco	4	1.00000	0.00000	0.37536	1.00000
Mucho	0	0.00000	1.00000	0.00000	0.00000
Pregunta 16					
Individual	0	0.00000	1.00000	0.00000	0.00000
En pareja	4	1.00000	0.00000	0.37536	1.00000
En grupo	0	0.00000	1.00000	0.00000	0.00000
Pregunta 17					

	Intervalo de Confianza				
	F	\hat{p}	\hat{q}	LCI	LCS
Pregunta 17					
Suficiente apoyo	0	0.00000	1.00000	0.00000	0.00000
Escaso apoyo	2	0.50000	0.50000	0.10483	0.89517
Nada de apoyo	2	0.50000	0.50000	0.10483	0.89517
Pregunta18					
Explicación	1	0.25000	0.75000	0.02998	0.78233
Demostración	2	0.50000	0.50000	0.10483	0.89517
Solución d0.e problemas	1	0.25000	0.75000	0.02998	0.78233
Asignación de tareas	0	0.00000	1.00000	0.00000	0.00000
Pregunta 19					
Si	3	0.75000	0.25000	0.21766	0.97002
No	1	0.25000	0.75000	0.02998	0.78233

CAPÍTULO 7

7.1 DISCUSIÓN DE RESULTADOS

La investigación de campo realizada en los cuatro Institutos por Cooperativa ubicados en el sector oeste del municipio de Totoncapán del departamento de Totoncapán, de la cual da por consecuencia la siguiente discusión de resultados.

De la investigación realizada a los cuatro institutos por cooperativa ubicados en sector oeste del municipio de Totoncapán, se obtiene la información que el 51% de estudiantes indican gustarle más la asignatura de Matemática en comparación a la asignatura de Historia y Comunicación y Lenguaje ya de ellas el porcentaje de estudiantes que prefieren la asignatura de Historia es un 24% y los que más les gusta la asignatura de comunicación y Lenguaje es un 25% únicamente.

Además un 69% de los estudiantes de los cuatro Institutos por cooperativa investigados, indican que generalmente lo que más les gusta de la Matemática es la ejercitación y el 28% de ellos lo que les gusta es aplicar y en oposición al cuestionamiento, únicamente el 2% de ellos se manifestaron indicando no gustarles nada.

Sobre la interrogante planteada, ¿Le interesa aprender Matemática?

El porcentaje de estudiantes que dicen que si les interesa aprender Matemática es extremadamente alto en comparación a los que indican que no les interesa aprenderlo, ya que la información obtenida proporciona que el 99% de estudiantes indican su interés en aprender, en comparación al 1% indican que no les interesa aprender Matemática. Las razones que manifiestan del porque les interesa la asignatura de Matemática son las siguientes; un 6% indican que si les interesa ya que por medio de ella pueden satisfacer a sus padres, el 74% su justificación sobre su interés de aprender la asignatura es por la importancia que brinda para su formación en el futuro, el 15% indican que les interesa aprender porque los contenidos pueden ser aplicado en su vida, el 3% su interés consiste en estar entre

los mejores de su clase, y el 2% su interés es únicamente el ser admirado por sus maestros y amigos.

En relación al 1% de estudiantes que indicaron que no les interesa aprender Matemática, se justifican indicando no comprender los diversos contenidos y acompañado de una mala explicación por parte de sus docentes, además es demasiado difícil controlar las diferentes aplicaciones de los signos en cada operación, provocando en ellos la dificultad para su comprensión y aprendizaje, esto se les complica aún más al resolver los ejercicios y tareas.

Sobre el cuestionamiento: Los contenidos de Matemática le permiten resolver problemas de su vida diaria:

Los estudiantes de los cuatro institutos por cooperativa respondieron; el 74% indicaron que los contenidos de Matemática si les permite resolver problemas de su vida diaria, y en oposición a este cuestionamiento el 26% de estudiantes indicaron que los conocimientos de Matemática no es útil para resolver problemas de su vida diaria.

Soto (2 008 Pág. 15); en su libro “Enseñanza Efectiva de la Matemática” en su sección 1.3 hace algunas propuestas de cómo debe despertar el interés de los estudiantes en clase, en esta sección sugiere como estrategia la creación de problemas motivadores y su objetivo en primer lugar mostrar que la Matemática se encuentra a su alrededor y sentir que es algo conocido, el problema motivador debe estar sobre conocimientos previos del estudiante, además aprovechar ese momento para la introducción de un conocimiento nuevo.

Indica que el problema motivador tiene como finalidad, despertar en el estudiante el interés en aprender el tema, de ello debe propiciar al estudiante que la Matemática es útil para la vida y que su aplicación le favorece de manera positiva y fácil para la solución de problemas cotidianos.

Por lo tanto el docente es el encargado directo en despertar el interés en el estudiante, la cual es fundamental para el aprendizaje efectivo del área de la Matemática, con ella logra obtener mejores resultados en la asimilación de contenidos. Por lo que debe utilizar todos los recursos, medios o estrategias necesarios para conseguirlo ya que ella le permitirá realizar el proceso enseñanza aprendizaje más efectivo.

En relación a la pregunta; Está satisfecho con los conocimientos que recibe en la clase de Matemática.

El 81% de estudiantes respondieron que si están satisfechos de los conocimientos recibidos en la clase de Matemática, y que únicamente el 19% indicaron no estar satisfechos de los conocimientos recibidos. Los conocimientos que se imparten en los diferentes grados está según el currículo Nacional Base, la cual respondan a las políticas y fines de la educación nacional, con ella se pretende obtener estudiantes competitivos y dispuestos a enfrentar un mundo moderno y exigente.

Godino (2004, pag. 30); En el libro “Didáctica de la Matemática Para Maestros”, al referirse sobre los contenidos en el área de la Matemática, el Diseño Curricular Base contempla tres aspectos fundamentales; conceptos, procedimientos y actitudes.

Los conceptos es la que presenta hechos y principios; los hechos y conceptos estas se encuentran siempre presentes en los programas escolares, no así para los principios, esta se refiere a los enunciados que describen como los cambios que se van dando en un objeto. En relación a los procedimientos, esta se refiere al conjunto de acciones que se realizan en forma ordenadas para conseguir una meta.

Cuando se refiere a la formación o construcción de valores, normas y actitudes este Diseño Curricular Base, propone a los profesores que se programe y trabaje en los alumnos que se aprendan valores, normas y actitudes en la escuela y que esta forme parte de la planificación oculta ya que esta no se puede dar de una manera planificada.

Al enfocar los contenidos abarcando los aspectos conceptuales, procedimentales y actitudinales, indica; que es de naturaleza pedagógica, es decir es una conveniencia que se escoge para trabajar los contenidos seleccionados, al realizar la selección de contenido obedece a la naturaleza o a la intención educativa que se tenga sobre el contenido la que debe abordar los tres aspectos indicados. Estos tres aspectos son de igual importancia, ya que por medio de ella se logra la adquisición de las capacidades que sean planificadas. Estos tres aspectos al ser abordados debe hacerse en forma simultánea durante el proceso enseñanza aprendizaje y de la misma forma para su evaluación.

Consejo Editorial de Editora Educativa; en el texto de Matemática, Un esfuerzo guatemalteco para la excelencia educativa, al referirse sobre la aplicabilidad del conocimiento; indican que los contenidos se clasifican en conceptuales, actitudinales, y procedimentales.

Los conceptuales proporcionan las definiciones, informaciones e interpretaciones de los conceptos, los contenidos actitudinales involucran el desarrollo de competencias de una persona de cómo debe ser dentro de una sociedad y estimula la convivencia dentro de un marco democrático y los procedimentales proporcionan las herramientas para desarrollarse en un mundo moderno y científico.

Sobre el cuestionamiento; ¿el tiempo que dedica el profesor para la explicación y ejercitación es suficiente?

El resultado de la investigación se obtiene que; el 55% de estudiantes indicaron, el tiempo que el profesor le dedica a la explicación y ejercitación es suficiente y el 45% indicaron lo contrario, que no es suficiente.

El tiempo, así como la ejercitación que se proporciona para el desarrollo de los contenidos que se abarcan es fundamental para obtener una exitosa asimilación del tema que se imparte. Este tiempo que se emplea, se da de dos maneras indispensables; la primera consiste en el tiempo que es docente emplea para el desarrollo de cada contenido en clase y de la misma forma la ejercitación

acompañada que recibe el estudiante. El otro tiempo y ejercitación, que es de igual importancia, es la que le dedica el estudiante fuera de clases.

Por lo que se hace el cuestionamiento de autoevaluación sobre. ¿Cómo se considera en la dedicación de sus estudios?

Para dicho cuestionamiento el 32% de estudiantes se considera asistir puntualmente a sus clases, el 51% indica que realiza sus ejercicios con interés y el 18% se califica de ser un estudiante que le gusta participar activamente en clase.

La segunda parte de la boleta, contiene preguntas de conocimiento y de experiencias obtenidas en clase. Las preguntas realizadas son de conocimiento básico sobre números enteros, la cual es contenido impartido con anterioridad.

Sobre el cuestionamiento que se hizo, ¿Cómo considera el conocimiento previo que posee el estudiante en números enteros?

Un docente indica que los estudiantes poseen mucho conocimiento, dos profesores indican que los conocimientos que poseen es regular y uno de ellos indican que tienen poco conocimiento en números enteros. Esto se comprueba con la interrogante realizada a los estudiantes.

¿Qué es número entero?

El resultado obtenido de la investigación en los cuatro Institutos por Cooperativa, no es nada alentador, ya que únicamente el 36% de estudiantes indicó que números enteros es el conjunto de números positivos y negativos, y en su contraparte el 54% de los estudiantes investigados seleccionaron el enunciado que dice. Es la parte de un todo y el 10% señalaron que, es una multiplicación. Por lo que es evidente que un porcentaje elevado de estudiantes no recuerda o no se aprendió el contenido de números enteros.

Por lo que esto afecta para el aprendizaje y desarrollo de los contenidos que se impartirán en el transcurso del año y grados superiores en el área de la Matemática,

provocando en los estudiantes grandes dificultades y frustración y que al final puede ocasionar el fracaso y el peor de los casos el abandono definitivo de sus clases.

El resultado sobre el cuestionamiento. ¿Le es fácil realizar suma y resta de números enteros?

Como resultado de la investigación a los cuatro Institutos por Cooperativa, el 83% de estudiantes su respuesta es indicar que si le facilita realizar suma y resta de números enteros, al contrario para tal cuestionamiento el 17% indicó que no le facilita realizar tales operaciones.

De acuerdo a la interrogante. ¿Es importante aprender a multiplicar y dividir con números enteros?

La respuesta de los estudiantes, el 94% reconocen la importancia de aprender las operaciones de multiplicación y división de números enteros, con un 6% de estudiantes no comprenden la importancia de su aprendizaje.

La Importancia que los estudiantes le brindan a determinados, contenidos, temas o actividades que se quiera realizar, depende fundamentalmente del profesor, ya que esta es producto de la organización y la seguridad que se tenga por parte del docente para involucrarlos activamente en su aprendizaje, además todo esto provoca la confianza y la participación de los estudiantes.

Para lograr el interés en los estudiantes es importante involucrar al estudiante en situaciones que lo hagan participantes activos de su aprendizaje, para tal propósito se realiza el siguiente cuestionamiento a los docentes.

La enseñanza de los números enteros lo realiza utilizando problemas del entorno del estudiante.

Tres de los docentes investigados indicaron que si, y un docente indico que no utiliza problemas del entorno del estudiante.

La ubicación del docente en el entorno o contexto del estudiante es fundamental para obtener mejores resultados en su aprendizaje, ya que de esa manera se logra que puedan identificar relaciones del contenido con su realidad.

Alicia Bruno y Antonio Cejas (1994), en su; I Seminario Nacional de Lenguaje y Matemática, sobre Contextos y Estructuras en el Aprendizaje de los números negativos, al realizar una investigación sobre los contextos y estructuras que se utilizan en los enunciados en el momento de afrontar los contenidos llegaron a descubrir que los estudiantes eligen la acción a tomar según el contexto en que se encuentran, por lo que las dificultades son grandes al encontrarse con diversos contextos. Además se encontraron con que los contextos que se utilizan para los números enteros son reducidos, no así para los números positivos. Por ejemplo los contextos que se utiliza para la adición de números positivos son; juntar, agregar, unir... y en relación a los números negativos son muy limitados.

En sus conclusiones indican; “Abordar la enseñanza de los números negativos a través de la solución de problemas es interesante, ya que permite a los alumnos reflexionar y razonar sobre las operaciones básicas y se les puede ofrecer una mayor riqueza de significados para ellas.” y “El número de contextos que puede usarse para dar sentido a los números negativos no es tan amplio como en los números positivos, pero esto, al principio puede ser un impedimento. Tiene la ventaja de que permite realizar una elección adecuada al preparar el tipo de problema que se planteará en el aula”.

CNB. (2009); Hacia la Reforma Educativa; Menciona que con la educación se puede lograr avances y la capacidad de influir en la formación del ser humano, pero esta es posible al ser abordados desde cada contexto individual.

“En Guatemala la Reforma Educativa se realiza en un contexto sociocultural, socioeconómico, jurídico, político y educativo singular, de donde surgen criterios orientadores”.

En el siguiente cuestionamiento. ¿En qué momento ha aplicado suma y resta de números enteros?

Es importante comprender al estudiante en relación a las aplicaciones que le da a los contenidos en su vida cotidiana, en la investigación se tienen los siguientes resultados; el 34% indicaron que la suma y resta de números enteros lo utilizan al pagar un préstamo, el 43% que lo aplican en el momento de repartir una ganancia y el 23% indicaron que en ningún momento hacen uso de la suma y resta de números enteros.

El uso que tengan los estudiantes en su vida cotidiana, de los contenidos recibidos en el aula, es de mucho valor ya que todo aprendizaje, tiene la finalidad de contribuir para enfrentarse positivamente ante los acontecimientos que se presentan a diario y a solucionar los problemas con mayor éxito.

CNB. (2 009); En la sección sobre “Condiciones necesarias para una educación de calidad”, expone que la escuela de calidad, es aquella que promueve el progreso de los y las estudiantes, por medio del logro intelectual, moral y emocional.

Además se refiere a la eficacia de obtener un buen resultado, con los medios disponibles y hacer que los estudiantes progresen partiendo de sus circunstancias personales.

La siguiente pregunta tiene la finalidad de entender y conocer las formas que se aplican para impartir los contenidos, haciendo el siguiente cuestionamiento. ¿Cómo le enseñaron los números enteros?

El 25% de estudiantes respondieron que la enseñanza se realizó únicamente por medio de la explicación oral, el 67% indica haber recibido su aprendizaje con gráficas en el pizarrón, el 4% indica que le enseñaron por medio de juegos y el 5% señala que la enseñanza de los números enteros fue por medio de la aplicación de todas las formas mencionadas.

En relación al cuestionamiento a los docentes, ¿Qué medios didácticos utilizas para fijar el conocimiento en los estudiantes?

Tres de los docentes indicaron que utilizan el medio escrito y un docente utiliza el medio visual y los recursos que tienen a su disposición para la enseñanza de los números enteros es el pizarrón, la elaboración de carteles y la utilización de los materiales que poseen en el aula.

La importancia de conocer las diferentes formas de enseñanza que usan los docentes, se fundamenta en proponer la implementación de nuevas formas, técnicas o estrategias que contribuyan en la realización del proceso educativo, en este caso la enseñanza de los números enteros de manera efectiva.

De acuerdo al cuestionamiento que se hizo, ¿De qué forma sugiere que le enseñen las operaciones con números enteros?

El resultado obtenido con los cuatro Institutos por Cooperativa investigados; el 73% sugieren que se haga por medio de la solución de problemas, el 20% su elección que sea por medio de gráficas en el pizarrón y el 7% sugiere que se le enseñe por medio de juegos entre sus compañeros.

El tomar en consideración la inquietud y el pensamiento de los estudiantes, en relación a como desea que se le enseñe los contenidos, favorece en el sentido de aplicar formas, técnicas o estrategias que los estudiantes participaran con gusto y hacer que el proceso educativo sea amena y efectiva en logro de las competencias.

Currículo Nacional Base Nivel Medio – Ciclo Básico, (2009 Pág. 19); “La transformación curricular es un área importante, al considerar la actualización y renovación técnico pedagógica de los enfoques, esquemas, métodos, contenidos y procedimientos didácticos; de diversas formas de prestación de servicios educativos y de la importancia de todos los actores”.

Sobre el cuestionamiento realizado, ¿Cree que tiene compañeros que les facilita realizar operaciones con números enteros?

Del resultado de la investigación se obtiene, que el 87% indicaron que si tienen compañeros que les facilitan las operaciones con números enteros y el 13% indica que no cree que tenga compañeros que les facilita las operaciones con números enteros.

El siguiente cuestionamiento dice, Tiene idea que los números enteros tienen utilidad en otros contenidos.

La respuesta para tal cuestionamiento, el 80% indicó que si tiene idea de su utilidad en otros contenidos y para la contra parte al cuestionamiento el 20% de estudiantes indica que no tiene idea que los números enteros tienen utilidad en otros contenidos.

Este cuestionamiento se hace con el propósito de entender cuál es la actitud del estudiante ante el tema de números enteros, y la importancia para su buen aprendizaje y las consecuencias que provoca para el aprendizaje y dominio de otros contenidos que se estarán desarrollando en el futuro.

Sobre el cuestionamiento que se hizo, ¿Cuál fue la mayor dificultad que encontró al resolver ejercicios de suma, resta, multiplicación y división de números enteros?

La respuesta de los estudiantes fueron diversas al indicar, el 16% indica que su dificultad se encuentra por no existir mucha explicación por parte de los docentes, el 31% su dificultad se encuentra en el momento de diferenciar el uso de los signos, el 36% señala que encuentra dificultad en hallar el procedimiento que debe seguir, y el 17% indica que su problema es consecuencia de la poca dedicación de tiempo al tema.

Conocer las dificultades de los alumnos permite enfocar la atención en ciertos aspectos y puntualizar la solución de los problemas que encuentran los estudiantes ante el desarrollo de contenidos en este caso el tema, números enteros y sus operaciones básicas, además brinda información sobre la identificación de ciertos errores que continuamente se cometen durante el proceso educativo.

De acuerdo a la pregunta que se hizo. De las cuatro operaciones con números enteros. ¿Cuál le es más difícil resolverlo?

De la investigación a los cuatro Institutos de Educación por Cooperativa ubicados en sector oeste del municipio de Totonicapán, 71% de estudiantes indicaron tener diferentes dificultades en resolver las operaciones básicas con números enteros, el 18% su dificultad se encuentra en la adición, el 4% se encuentra su dificultad al realizar la sustracción, el 25% su dificultad aparece en la multiplicación y el 24% su dificultad es en el momento de hacer la división. Al contrario únicamente el 29% de estudiantes indicaron que no es difícil resolver operaciones de suma, resta, multiplicación y división con números enteros.

La boleta dirigida a los docentes de los cuatro Institutos de Educación por Cooperativa ubicados en el sector oeste del municipio de Totonicapán, que fueron sujetos para la investigación de campo, se llegó a conocer que los cuatro educadores poseen el título de Profesor de enseñanza Media en Matemática y Física, además tres de los docentes tienen la experiencia de más de diez años de impartir la asignatura de Matemática y que únicamente uno tiene la experiencia de 9 años.

Los cuatro docentes investigados indicaron que en la actualidad las secciones que atienden, están formados por más de 30 estudiantes y que además de impartir la asignatura de Matemática, dos de ellos también imparten otras asignaturas como, Contabilidad General, y los otros dos ciencias Naturales en tercer grado.

De acuerdo al cuestionamiento que se hizo, ¿Considera que es importante el aprendizaje de los números enteros?

El 100% de los docentes indicaron que si es importante el aprendizaje de los números enteros.

Sobre el cuestionamiento, ¿Con qué frecuencia asigna tareas a los estudiantes?

Un docente indicó que se asignan tareas diariamente y tres docentes indicaron que lo hacen al finalizar el desarrollo de un tema.

Además se pregunta, ¿Qué objetivo persigue al asignar ejercicios a los estudiantes?

Tres de los docentes investigados indicaron que su objetivo es de asignarle un punteo y uno de ellos señaló que su objetivo es el de fijar el tema desarrollado.

Morales (2002) indica en su trabajo sobre metodología para la enseñanza de la Matemática, que las tareas escolares deben ser planificadas y graduadas acorde a las necesidades que se presentan. El docente al planificar adecuadamente las tareas estará logrando con seguridad el aprendizaje que tiene como objetivo, porque al hacer las tareas el estudiante experimenta y aplica sus habilidades y conocimientos.

Por lo que la ejercitación continua es necesaria practicarla ya que por medio de ella se logra reafirmar los contenidos desarrollados en el aula, además es una oportunidad para los estudiantes de analizar y aplicar los conocimientos recibidos en clase.

Nérici, (1985 Pág. 261), en su libro Hacia una Didáctica General Dinámica, en relación a los ejercicios dice; “Los ejercicios representan trabajos escolares sobre la base de clases dadas, y procuran la fijación de lo que fue enseñado, principalmente, en lo que atañe a la adquisición de automatismos”

Por lo que el docente debe definir el objetivo que desea alcanzar al asignarles ejercicios a los estudiantes, además que su propósito es de asignar un punteo, lo fundamental debe ser la fijación del contenido impartido en clase.

Aprovechando las ventajas que proporciona la ejercitación para los estudiantes, entre las que el mismo docente investigado indica, que por medio de la ejercitación los estudiantes tienen la oportunidad de practicar, aplicar y aprender con su forma propia el contenido desarrollado en clase.

En relación al cuestionamiento que se hizo, ¿Qué actividades desarrolla para la enseñanza de la Aritmética?

Dos de los docentes investigados indicaron que las actividades que realizan, los juegos didácticos y dos docentes desarrollan juegos lúdicos.

La variedad de actividades desarrolladas por el docente, para la enseñanza de la Aritmética es muy significativa para obtener un mejor resultado en la fijación del contenido en todos los estudiantes involucrados, porque es una de las formas de hacer posible que el proceso enseñanza aprendizaje sea amena y variada.

Mónica Agrasar y Silvia Chara (2 004 Pág. 5) en su libro Juegos en Matemática, el juego como recurso para aprender, un material elaborado para docentes, al referirse a los juegos didácticos dice en el tema:” El uso del Juego en el aula” que los juegos brindan a los estudiantes la ventaja de independizarse del docente en la aplicación de sus conocimientos.

La aplicación de los juegos en el aula debe usarse como una herramienta didáctica, La diferencia del juego didáctico al juego social, consiste en que el estudiante desea siempre ganar dentro y fuera del aula a cambio el docente lo que persigue es que el estudiante aprenda el contenido involucrado en el juego. El docente se apoya según su propósito con el juego, además debe seleccionar sus materiales, las cuales deben estar adaptados al contenido que desea impartir, seguidamente organizar a los estudiantes y acompañarlos por cada etapa durante el juego, proporcionando las reglas que corresponden para cada juego, y velar que la participación sea activa de todos los integrantes.

Es importante considerar que cada juego no debe jugarse una sola vez, porque de esa manera se estará estimulando la aplicación de estrategias y la memorización de ellas mismas. En relación a los juegos dirigidos indican que debe incluirse la aplicación del cálculo, también es importante organizar actividades en las cuales deben usar los conocimientos aprendidos con juegos realizados con anterioridad.

Reyes (1 999 Pág. 15), en su trabajo; Juegos Didácticos En El Proceso Enseñanza –Aprendizaje De la Matemática En El Nivel Medio Superior; al referirse a los juegos didácticos dice; “El juego didáctico puede llegar a ser un método muy eficaz de la enseñanza. Mediante este, es posible contribuir a la formación del pensamiento teórico y práctico del egresado y a la formación de las cualidades que debe reunir para el desempeño de sus funciones: capacidades de dirigir, y tomar decisiones individuales y colectivas, habilidades y hábitos propios de la dirección y de las reglas sociales”.

Se hace el cuestionamiento sobre la aplicación de juegos lúdicos para la enseñanza de los números enteros es beneficioso, el 100% de docentes investigados indicaron que si, la aplicación de juegos lúdicos en la enseñanza de los números enteros brindan beneficios, ya que por medio de ella se logra el desarrollo del conocimiento, la aplicación del análisis al enfrentarse ante lo concreto y abstracto, y además contribuye para el desarrollo del pensamiento lógico del estudiante.

Los beneficios que proporcionan a los estudiantes, la aplicación de los juegos lúdicos en la ejecución del proceso educativo; que por medio de ella se logra mejorar la comprensión del tema que se imparte en clases, despierta el interés del estudiante en su aprendizaje, y contribuye para mejor la fijación del contenido desarrollado.

Echeverri y Gómez (2 009), [https://www.google.com.gt/.blog.utp.edu.com/...](https://www.google.com.gt/.blog.utp.edu.com/) recuperado el 19 de marzo de 2015, en su documento sobre la dimensión lúdica del maestro en formación, al tratar sobre los juegos lúdicos dice: Que la lúdica es parte fundamental del desarrollo humano, no es una ciencia, ni una disciplina o nueva moda. “Es más bien una actitud del humano ante la vida, es una forma de relacionarse con ella, en aprovechar los espacios diarios en la que se puedan conseguir alegría, acompañado de las actividades simbólicas e imaginarias con el juego”.

También piensan; “La lúdica no como un medio, sino como un fin, debe de ser incorporada a lo recreativo más como un estado ligado en forma natural a la

finalidad del desarrollo humano, que como actividad ligada sólo al juego; es más bien propender por una existencia lúdica de tipo existencial, que nos ayude a comprendernos a sí mismos, para comprender al otro en toda su dimensión sociocultural”.

A sí mismo indican que, la importancia que tienen los juegos lúdicos en la enseñanza se fundamentan en que se pueden combinar diversos aspectos que favorecen a la organización de la enseñanza, además aprovechar que los juegos pueden ser utilizados en todas las etapas de la vida; desde la infancia hasta en la edad adulta.

De acuerdo al cuestionamiento que se hizo, ¿Considera que el dominio de los números enteros mejora el rendimiento de los estudiantes?

La respuesta de los cuatro docentes, indicaron que si contribuye a mejora al estudiante en su rendimiento, porque su aplicación se va haciendo con más frecuencia en los contenidos que se van impartiendo en los grados superiores, por lo que es fundamental su aprendizaje y dominio.

En relación al cuestionamiento anterior se realiza la siguiente pregunta, Ha prestado atención a los estudiantes sobre las dificultades del dominio de las operaciones básicas de números enteros, la respuesta fue positiva por parte de todos los docentes involucrados en la investigación. Haciendo el señalamiento de las causas que ocasionan las dificultades en los estudiantes, indicando que una de las causas del poco dominio sobre las operaciones básicas con números enteros, son por; la falta de conocimiento previo, la falta de atención en clases, la falta de interés sobre el tema, la poca ejercitación realizada, y el poco tiempo que le dedica para la realización de sus tareas.

Acompañado a estas causas indican otra que es fundamental para la efectividad que se desea en el proceso enseñanza- aprendizaje, es el poco apoyo que reciben de parte de sus padres en casa, y en los peores casos nada de apoyo reciben los estudiantes en casa para mejorar su rendimiento.

Sobre el cuestionamiento realizado, ¿Cuál es la mejor forma en que aprenden los estudiantes? Los cuatro docentes investigados indicaron que la mejor forma de aprender de los estudiantes es en pareja.

El docente debe utilizar todas las alternativas que tiene a su alcance con la finalidad de facilitar la enseñanza de los educandos.

Díaz (2006, Pág. 53) En su libro Orientaciones Para el trabajo Pedagógico de la Matemática, en el capítulo III, Orientaciones para el Aprendizaje, sobre el tema Estilos de Enseñanza. Dice que los profesores tienen su propio estilo de enseñanza, tales estilos son copiados de sus profesores que más les impactaron durante su proceso de formación. Por lo que de igual manera los estudiantes tienen su propio estilo de aprendizaje, de esa manera el profesor debe propiciar el ambiente necesario para que el estudiante encuentre su forma de aprendizaje formando grupos de trabajo, proponiendo trabajos individuales y grupales, que les permita la organización flexible y dinámica.

De acuerdo al cuestionamiento que se hizo, ¿Qué didáctica utiliza para la enseñanza de las operaciones básicas de números enteros?

La respuesta para dicho cuestionamiento, un docente indicó que utiliza la explicación, dos docentes indicaron que para la enseñanza emplea la demostración, y un docente indica que utiliza como didáctica la solución de problemas.

Los cuatro docentes que participaron en la investigación de campo mencionaron que los métodos de enseñanza que utilizan son los siguientes: el deductivo, el inductivo, el activo, el heurístico, el demostrativo, el participativo, el grupal y el explicativo.

CAPÍTULO 8

8.1 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

8.1.1 CONCLUSIONES

- a. La educación básica plantea la formación del individuo proactivo y capacitado para enfrentarse ante la vida social, la educación en Matemática es fundamental ya que se considera como la rama más importante para el desarrollo del individuo, al proporcionarle los conocimientos básicos, tales como el contar, agrupar, clasificar, accediéndole la base necesaria para la valoración de la misma, dentro de la cultura de su comunidad, región y de su país.
- b. De los 194 estudiantes investigados, 192 equivalente al 99% manifiesta el interés de aprender el curso de Matemática, su argumento consiste en que es de gran importancia para su vida en el futuro porque que los conocimientos aprendido le permitirán resolver problemas de su vida cotidiana, además por medio de ella pueden satisfacer a sus padres.
- c. Los estudiantes afirman que les gusta más el curso de Matemática, que los cursos de Historia y comunicación y Lenguaje, generalmente lo que más le gusta de la Matemática es ejercitar y en algunos casos aplicar los conocimientos aprendidos.
- d. Los estudiantes manifiestan estar satisfechos de los conocimientos que reciben en la clase de Matemática y el tiempo que le dedica el profesor para la explicación y ejercitación de los contenidos es suficiente.
- e. Los docentes afirman que los conocimientos previos sobre números enteros que poseen los estudiantes es regular, la que fue demostrada en la pregunta realizada a los estudiantes sobre, ¿Qué es número entero? La que en su mayoría señaló la respuesta de forma equivocada.
- f. Los estudiantes señalan que su dificultad sobre los números enteros se encuentran en la solución de las operaciones de adición, sustracción, división

y multiplicación, esto es debido a la diferencia que existe en la aplicación de los signos de cada operación.

- g. Los docentes y estudiantes afirman que el medio didáctico que se utiliza con mayor frecuencia es la explicación oral y como recurso el pizarrón por medio de gráficas, porque es lo único que posee el establecimiento educativo.
- h. Los estudiantes sugieren que la forma que desean que le enseñen las operaciones básicas de números enteros, sea por medio de la solución de problemas.
- i. Los docentes y estudiantes afirman que los contenidos de números enteros es de gran utilidad en la aplicación de otros contenidos y con su dominio adecuado favorece en su rendimiento en el área de Matemática.
- j. Los docentes afirman que la asignación de tareas y la ejercitación al finalizar el desarrollo de un tema su objetivo es fijar el contenido y la aplicación de los conocimientos adquiridos y además la asignación de un punteo.
- k. Los docentes aseguran que la aplicación de juegos lúdicos en el proceso enseñanza aprendizaje de los números enteros proporciona grandes beneficio al estudiantes y, además es un medio útil para el desarrollo del pensamiento y las habilidades analíticas del estudiante, y la relación de lo concreto con lo abstracto que existen en los contenidos.
- l. Los docentes afirman que le han prestado atención a los diversos problemas que tiene el estudiante en el dominio de la Aritmética, y que una de las causas fundamentales es el poco tiempo que el estudiante le dedica para la realización de sus tareas y el escaso apoyo que reciben por parte de sus padres.
- m. Los docentes aseguran que en pareja es la mejor forma de aprender por parte de los estudiantes, y con ella se está provocando la discusión entre ellos y el compartir los conocimientos adquiridos en el momento de la solución de los ejercicios asignados.

8.1.2. RECOMENDACIONES

A continuación se presentarán una serie de recomendaciones, que tienen como propósito contribuir con los docentes para mejorar en la asimilación de contenidos en los estudiantes de los cuatro Institutos por Cooperativa ubicados en el sector oeste del municipio de Totonicapán:

- a) Toda actividad que desarrolle el docente, no debe perder de vista los fines de la educación nacional, utilizando como fuente de referencia lo que está enmarcado en el Currículo Nacional Base (CNB).
- b) El docente debe investigar o diseñar actividades adaptadas a la realidad del contexto de la región o comunidad donde se realiza el proceso enseñanza aprendizaje, estas actividades deben propiciar el razonamiento lógico y cálculo matemático. Además debe proporcionar en el estudiante, motivación, interés, iniciativa, imaginación, y sobre todo alegría y satisfacción para su realización.
- c) Implementar sistemáticamente en el proceso educativo; actividades didácticas, como juegos lúdicos matemáticos, de esa manera proporcionar a los estudiantes una nueva alternativa en su aprendizaje de la Matemática y dejar de ver que es un verdadero sacrificio.
- d) Los juegos didácticos que ocupa mucho tiempo para su solución, debe pedirle que se resuelva en casa, invitando a toda su familia para colaborar en su solución y de esa manera involucrar a todos en el proceso educativo, y estimular el espíritu de confianza y armonía familiar, el siguiente día de clases, compartir su algoritmo de solución y de las experiencias obtenidas seguidamente participar todos para la solución. Estas actividades deben contribuir en la fijación del aprendizaje de la Aritmética.

- e) Para que el curso de Matemática no se convierta en algo tediosa, aburrida y pesada para el estudiante, el docente debe implementar en su planificación la solución de problemas de Matemática que tengan relación con la Aritmética.
- f) Practicar actividades que estimulen la función de los sentidos para acceder más fácilmente a la información, a la adquisición de habilidades y destrezas, y a la formación de actitudes y valores.
- g) En la solución de problemas matemáticos, deben aplicarse con moderación y precaución, para evitar que el estudiante, pierda el objetivo principal de las actividades que es la asimilación de los contenidos de una manera más espontanea y efectiva.
- h) Para continuar con el interés del estudiante se debe aplicar diversas estrategias que contribuyan en el desarrollo de su pensamiento, y proporcionar los medios y ambientes positivos de cómo aplicar las estrategias aprendidas en la solución de sus tareas y ejercicios en sus momentos libres.
- i) Investigar los beneficios que proporciona el dominio de la Aritmética para la enseñanza de otros contenidos y estar comprometido para conocer las diversas actividades y estrategias que se puedan usar en el proceso educativo.
- j) Conocer las ventajas que brindan la aplicación de otras formas, medios didácticos, estrategias y técnicas, en los estudiantes en relación a la asimilación de contenidos y de esa manera hacer uso responsable de la diversidad de recurso didáctico existentes.

- k) Planificar actividades que promuevan la participación de los estudiantes para reunirse en pareja en la realización de sus ejercicios y tareas asignadas, con el fin de despertar el espíritu de cooperación, colaboración y ayuda para superar juntos las dificultades con que se encuentran en cada contenido desarrollado.

- l) El docente debe entender que la Matemática, tiene un lugar importante en la formación de la inteligencia. Por lo que se hace necesario que los profesores entiendan que la Matemática es una asignatura fundamental que posibilita el desarrollo de hábitos y actitudes positivas, así como la capacidad de formular conjeturas racionales y de asumir retos basados en el descubrimiento y en situaciones didácticas que les permitan contextualizar los contenidos como herramientas disponibles de ser utilizadas en la vida.

- m) El docente debe promover el ambiente y actividades que propicien en el estudiante dedicarle mayor tiempo en la ejercitación y práctica para la realización de sus tareas.

CAPÍTULO 9

9.1 FUENTES BIBLIOGRÁFICAS

Xavier R. (2 007); Pedagogía de La Integración. Editor Coordinación Educativa y Cultura Centroamericana.

Soto E. (2 008); Enseñanza Efectiva de las Matemáticas: Versión electrónica.

Nérci I. (1994); Hacia una Didáctica General Dinámica; Tercera Edición.

Morales B, Pinot L. (1 990); Conjuntos Numéricos, Cuaderno de Matemática, Primera Edición, Editorial Piedra Santa.

Monereo C. (1 999); Estrategias de Enseñanza Aprendizaje; Sexta Edición, Editorial Graó.

Romero E. (2 013) La Estrategia en el Aprendizaje de la Matemática; Trabajo de investigación.

Gloria G. (2 003); Universidad Pedagógica Nacional de Bogotá Colombia: Estándares Básicos de Competencias en Matemática.

Seymour L. (1 985); Teoría de Conjuntos y Temas Afines. Primera Edición, Editorial Litografía Ingramex S. A.

Ministerio de Educación (2 009); Currículum Nacional Base del Nivel Medio – Ciclo Básico, Primera Edición.

Agrasar M. y Chara S. (2 004); Juegos en Matemática, Primera Edición, Norma Sosa.

Consejo Editorial de Centro de Ediciones S.A. Matemática 2. Editorial Educativa la Marca.

Soria G. (2 010), 100 Problemas Matemáticos, Un Recurso Para el Aula, Editora Cefire de Elda.

Díaz M. (2 006), Orientaciones Para el trabajo Pedagógico de la Matemática, Segunda Edición. Impreso Fimart S. A. C.

Bruno A.y Martinón A. (1 994); Universidad de la Laguna, Área de la Didáctica de la Matemática, I Primer Seminario de Lenguaje y Matemática, sobre Contextos y Estructuras en el Aprendizaje de Números Negativos.

Reyes A. (1 999), Juegos Didácticos En El Proceso Enseñanza –Aprendizaje De la Matemática En El Nivel Medio Superior, trabajo presentado previo a obtención el título de Maestra en Enseñanza de las Ciencias con Especialidad en Matemática.

Echeverri J. y Gómez J (2 009), Investigación sobre la dimensión Lúdica del maestro en formación.

Navarro Á. (2 011) 1001 Juegos de Inteligencia Para toda la Familia, Primera Edición

Ninahuanca, C. T. (01 de 04 de 2014). *ISSUU*. Obtenido de ISSUU:
http://issuu.com/jllahore/docs/origen_e_historia_numeros_enteros

Godino J. (08 de 09 de 2013). Proyecto Edumat-Maestros; Didáctica de la Matemática Para Maestros, facultad de Ciencia de la Educación Universidad de Granada. <http://www. Ugr.es/local/jgodino/edumat-maestro/>

ANEXOS 1

PROPUESTA

1. INTRODUCCIÓN

En estos tiempos es muy frecuente escuchar de los estudiantes indicar que la Matemática es difícil, aburrido, y pesado señalando que no tiene utilidad para la vida, y es por tal razón que le pierden el interés y la dedicación para su preparación en sus estudios.

Los docentes en muchas ocasiones se justifican indicando, que no se cuenta con el tiempo suficiente para la implementación de nuevas actividades, técnicas o estrategias que puedan ser usadas y muy útiles para superar muchos obstáculos que encuentran en el aula día tras día.

La metodología que se emplea propone la aplicación del trabajo en forma grupal o individual y promueven la participación de los estudiantes, al aplicar los conocimientos adquiridos en clases, además el uso de recursos que estarán contribuyendo para una mejor asimilación de las operaciones de Aritmética.

La implementación de la solución de problemas de forma modificada y planificada en el proceso enseñanza aprendizaje de la Aritmética, brindará una nueva oportunidad para el docente y estudiante para hacer más efectiva el aprendizaje de dicho contenido.

Los juegos didácticos son unas de las tantas alternativas, de las que puede hacer uso el docente para solucionar de alguna forma las malas experiencias que se tienen en la asimilación de las operaciones básicas de los números enteros.

1.2 JUSTIFICACIÓN

La estadística que reporta el Ministerio de Educación en relación a las evaluaciones sobre el logro en los contenidos que dominan los estudiantes son alarmantes, al encontrarse el municipio de Totonicapán en un nivel bajo.

La preocupación de buscar alternativas, para la superación de tan delicada situación de los estudiantes en relación a los logros que obtienen en la solución de las evaluaciones que se enfrentan, es importante la implementación de otros medios y estrategias que contribuyan para el mejoramiento del logro de contenidos.

Existe una gran cantidad de estudiantes que por tener dificultades para la comprensión y asimilación de los contenidos en el área de la Matemática, se ven obligados a abandonar sus estudios, esto se da en todos los niveles de educación. Esto provoca para el país un enorme estancamiento o retroceso ante un mundo moderno, cambiante y tecnológico.

Como resultado de la investigación se descubrió que la mayoría de docentes utilizan con mayor frecuencia como medio de enseñanza la explicación únicamente, la cual corresponde a la forma tradicional de hacer educación.

En estos tiempos los estudiantes deben ser más protagonistas de su propio aprendizaje, esto es posible con la implementación de nuevas estrategias por parte del docente, en aplicar estrategias que encamine a sus estudiantes aprender a aprender.

Los estudiantes deben relacionar los contenidos adquiridos con el contexto en que vive o en la que se encuentra en las diversas actividades que el docente programe para el desarrollo del contenido sobre números enteros y obtener un mejor aprendizaje.

1.3 OBJETIVOS

- Implementar otras técnicas, estrategias y metodologías que contribuyan la ejecución efectiva del proceso enseñanza aprendizaje de la Aritmética.
- Contribuir a estimular y motivar a la población estudiantil del nivel básico de Institutos por Cooperativa, para su participación efectiva en el proceso enseñanza aprendizaje.
- Proponer juegos didácticos, que contribuyan con el docente para que el proceso de aprendizaje de la Aritmética sea agradable.
- Dar otros medios didácticos, que contribuyan a estimular y motivar de manera divertida y participativa el desarrollo de las habilidades, capacidades lógicas intelectuales, analíticas y deductivas del estudiante.
- Promover a partir de la solución de problemas y el juego didáctico motivaciones para ejercicios matemáticos, específicamente las operaciones básicas de números enteros.
- Favorecer la comprensión y el uso de contenidos aritméticos que tienen la finalidad el desarrollo del pensamiento lógico.
- Promover la participación activa del estudiante por medio de actividades prácticas, como juegos didácticos, solución de problemas que incluyan las operaciones de adición, sustracción, multiplicación o división de números enteros.
- Proponer un modelo de planificación que contempla diversas actividades donde el estudiante su participación tenga una experiencia significativa del conocimiento.

1.4 ESTRATEGIAS

Se proponen estrategias que tienen la finalidad, realizar el proceso enseñanza aprendizaje de la Aritmética de una manera efectiva, consiste en implementar el uso de otras formas y actividades, que permitan al estudiante formar equipos de trabajo para compartir conocimientos y experiencias adquiridos, para la solución de tareas y ejercicios que se les sean asignado.

- ❖ Asignar actividades, juegos didácticos en forma planificada de tal manera que los contenidos de números enteros a impartir no encuentren mayor dificultad en su asimilación, obteniendo mayores éxitos en sus logros.
- ❖ Elaborar actividades, solución de problemas, que sean adaptables a los contenidos que se desea desarrollar, además ajustadas al contexto del estudiante.
- ❖ Todas las actividades que se practican deben ser resueltos por el docente cuando el estudiante no logre resolver.
- ❖ Planificar todas las actividades acorde a los contenidos que se esté desarrollando en clase.
- ❖ Aclarar todas las dudas que se presentan, por parte de los estudiantes.
- ❖ Elaborar actividades que sean adaptables a los contenidos que se desea desarrollar, además aplicables al nivel del estudiante.

1.5 DESARROLLO DE ACTIVIDADES

Seguidamente se presentan una serie de actividades y sugerencias metodológicas, que son elaborados por diversos autores las cuales, pueden ser utilizadas para la enseñanza de la Aritmética y con su aplicación hacer que su enseñanza sea amena, alegre y divertida y con ella obtener mejores resultados para su asimilación y lo más interesante es salir de lo tradicional.

La propuesta se basa fundamentalmente la extraída del cuaderno de Matemática para estudiantes; “Operaciones en Conjuntos Numéricos”, de los autores; Bernardo Morales y Leonel Pinot.

PROPUESTA

La siguiente propuesta tiene la finalidad de conducir al docente y estudiante el aprendizaje de la Aritmética enfocada desde un nivel formal y lógico, por medio de la aplicación de otras formas de enseñanza aprendizaje, que permitan a los estudiantes organizarse en equipos de trabajo y compartir los conocimientos adquiridos para la solución de ejercicios y tareas.

CONSTRUCCIÓN DE LOS NÚMEROS ENTEROS

Números enteros positivos: Es el conjunto de parejas (a, b) de números naturales, ordenadas de tal forma que en los conjuntos se encuentran todas las parejas ordenadas donde el primer elemento es mayor, que el segundo elemento.

Primer conjunto (a, b) de números naturales, se encuentran todas las parejas ordenadas donde el primer elemento es mayor en uno, que el segundo elemento. Ejemplo las parejas (1, 0), (2, 1), (3, 2)... Segundo conjunto (a, b) de números naturales, se forma de todas la parejas ordenadas donde el primer elemento es mayor en dos, que el segundo elemento. Ejemplo las parejas (2, 0), (4, 2), (5, 3)...; Tercer conjunto (a, b) de números naturales, se forma de todas las parejas ordenadas donde el primer elemento es mayor en tres, que el segundo elemento. Ejemplo de parejas (3, 0), (4, 1), (5, 2), (6, 3)... etcétera.

En forma general el conjunto de los números enteros positivos se forman de todas las parejas ordenadas, de tal forma que el primer elemento es mayor, que el segundo elemento.

Uno positivo = $1 = \{(1, 0), (2, 1), (3, 2), (9, 8), (12, 11)\dots\}$

Dos positivo = $2 = \{(2, 0), (3, 1), (4, 2), (10, 8), (13, 11)\dots\}$

Tres positivo = $3 = \{(3, 0), (4, 1), (5, 2), (11, 8), (14, 11)\dots\}$

Cuatro positivo = $4 = \{(4, 0), (5, 1), (6, 2), (12, 8), (15, 11)\dots\}$

De esta forma sucesiva se van formando las parejas, ordenadas hasta el infinito.

Números enteros negativos: Es el conjunto de parejas ordenadas de tal forma que en el primer conjunto se encuentran todas las parejas ordenadas donde el primer elemento es menor en uno, que el segundo elemento. Ejemplo las parejas $(0, 1), (1, 2), (2, 3)\dots$. El segundo conjunto se forma de todas la parejas ordenada donde el primer elemento es menor en dos, que el segundo elemento. Ejemplo las parejas $(0, 2), (1, 3), (2, 4)\dots$; El tercer conjunto se forma de todas las parejas ordenadas donde el primer elemento es menor en tres, que el segundo elemento. Ejemplo de parejas $(0, 3), (1, 4), (2, 4), (3, 6)\dots$ etcétera.

En forma general el conjunto de los números enteros negativos se forman de las parejas ordenadas, de tal forma que el primer elemento es menor, que el segundo elemento.

Uno negativo = $-1 = \{(0, 1), (1, 2), (2, 3), (9, 10), (12, 13)\dots\}$

Dos negativo = $-2 = \{(0, 2), (3, 5), (4, 6), (10, 12), (13, 15)\dots\}$

Tres negativo = $-3 = \{(0, 3), (4, 7), (5, 8), (11, 14), (14, 17)\dots\}$

Cuatro negativo = $-4 = \{(0, 4), (5, 9), (6, 10), (12, 16), (15, 19)\dots\}$

De esta forma sucesiva se van formando las parejas, ordenadas hasta el infinito.

Números enteros cero: Es el conjunto de parejas ordenadas de tal forma que en el primer conjunto se encuentran todas las parejas ordenadas donde el primer elemento es igual, que el segundo elemento. Ejemplo las parejas $(1, 1), (2, 2), (3, 3)\dots$

En forma general el número entero cero se forma de todas las parejas ordenadas, de tal manera que el primer elemento es igual, que el segundo elemento.

$$\text{Cero} = 0 = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (9, 9), (13, 13)\dots\}$$

NOTACIÓN:

El conjunto de números enteros positivos se identifica Z^+ .

$$\text{Se escribe } Z^+ = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

El conjunto de números enteros negativos se identifica Z^- .

$$\text{Se escribe } Z^- = \{-1, -2, -3, -4, -5, \dots\}$$

Definición: “El conjunto de los números enteros Z es la unión del conjunto de los números enteros positivos Z^+ con el conjunto de los números enteros negativos Z^- y con el conjunto del número entero cero”. Morales B. y Pinot L. (1 990 Pág. 79) Conjuntos numérico, cuaderno para estudiantes II; 7.

$$\text{Notación } Z = \{\dots -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$$

ADICIÓN DE LOS NÚMEROS ENTEROS

Morales y Pinot (1 990 Pág. 72, 91) Conjuntos numérico, cuaderno para estudiantes III, 7. Presentan la enseñanza de la adición, sustracción y multiplicación del conjunto de los números enteros de la siguiente manera:

Sean (a, b) , (c, d) parejas ordenadas de números naturales tales que

$$(a, b) + (c, d) = (a + c, b + d) = (m, n) \text{ donde;}$$

$$1. a + c = m; m \in N$$

$$b + d = n; n \in N$$

La suma de parejas ordenadas es una pareja ordenada.

Ejemplo 1. $(6, 2) + (6, 8) = ?$

Donde podemos decir que $(6, 2) = (4, 0)$ por ser el primer elemento de la pareja mayor en cuatro, que el segundo elemento y $(6, 8) = (0, 2)$ porque el primer elemento es menor en dos, que el segundo elemento. Por lo tanto usar.

$(4, 0) + (0, 2)$, en lugar de $(6, 2) + (6, 8)$, en la adición se obtiene como resultado.

$$\begin{array}{l} (4, 0) + (0, 2) = (4 + 0, 0 + 2) \\ = (4, 2) = \overline{(2, 0)} \\ = 2 \end{array} \quad \Bigg| \quad \begin{array}{l} (6, 2) + (6, 8) = (6 + 6, 2 + 8) \\ = (12, 10) = \overline{(2, 0)} \\ = 2 \end{array}$$

Ejemplo 2. $(15, 7) + (17, 20)$, en su lugar usar $(8, 0) + (0, 3)$ por lo tanto

$$\begin{array}{l} (8, 0) + (0, 3) = (8 + 0, 0 + 3) \\ = (8, 3) = \overline{(5, 0)} \\ = 5 \end{array}$$

Ejemplo 3. $(27, 12) + (19, 25)$, en su lugar usar $(15, 0) + (0, 6)$ por lo tanto

$$\begin{array}{l} (15, 0) + (0, 6) = (15 + 0, 0 + 6) \\ = (15, 6) = \overline{(9, 0)} \\ = 9 \end{array}$$

Al pertenecer las parejas (a, b) al producto cartesiano de $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ se puede obtener las siguientes situaciones: $a > b$ ó $a < b$ ó $a = b$ en consecuencia de lo anterior se representan así:

$$(5, 0), \quad 5 \in \mathbb{Z}^+$$

$$(0, 3), \quad 3 \in \mathbb{Z}^-$$

$$(0, 0), \quad 0 \in \{0\}$$

PROPIEDAD DE LA ADICIÓN EN NÚMEROS ENTEROS

Propiedad de cerradura: al formarse de una clase de equivalencia de parejas ordenadas de números naturales y que la operación en los números naturales, por lo tanto es una operación cerrada en \mathbb{Z} .

Propiedad Asociativa: Esta propiedad es el resultado de los mismos números naturales ya que para todo $\delta, \beta, \varphi \in \mathbb{Z}$. Se tiene $\delta + (\beta + \varphi) = (\delta + \beta) + \varphi$

Demostración:

Sea $\delta = (a, b)$; $\beta = (c, d)$; $\varphi = (e, f)$, demostrar que

$\delta + (\beta + \varphi) = (\delta + \beta) + \varphi$ es decir, $(a + b) + [(c, d) + (e, f)] = [(a, b) + (c, d)] + (e, f)$
se obtiene $(a + b) + [(c, d) + (e, f)] = (a, b) + (c + e, d + f) = (a + (c + e), b + (d + f))$.

Al ser una asociación de la adición en \mathbb{N} : $(a + (c + e), b + (d + f)) = (a, b) + (c + e, d + f)$

Se le aplica la definición de adición de parejas ordenadas el resultado es:

$$(a + c) + e, (b + d) + f = (a + c, d + b) + (e, f).$$

Ejemplo 1. $[(-3) + (-8)] + (-5) = (-3) + [(-8) + (-5)]$

$$(-11) + (-5) = (-3) + (-13)$$

$$(-16) = (-16)$$

Ejemplo 2. $[16 + (-5)] + (-2) = 16 + [(-5) + (-2)]$

$$11 + (-2) = 16 + (-7)$$

$$9 = 9$$

Propiedad Conmutativa: En el cambio de orden de los sumandos el resultado no cambia. Donde; $\delta, \beta \in \mathbb{Z}$, se tiene $\delta + \beta = \beta + \delta$

Si $\delta = (a, b)$; y $\beta = (c, d)$ donde $(a, b) + (c, d) = (a + c, b + d)$

Ejemplo 1. $(-1) + (-4) = (-4) + (-1)$

$$(-5) = (-5)$$

Ejemplo 2. $(-23) + 16 = 16 + (-23)$

$$-7 = -7$$

Inversos aditivos: para toda $\partial \in \mathbb{Z}$ existe un solo $(-\partial) \in \mathbb{Z}$ tal que $\partial + (-\partial) = 0$

Sea $\partial = (a, b)$; $(-\partial) = (c, d)$ & $0 = (m, m)$ entonces $(a, b) + (c, d) = (m, m)$

Enunciado $(a + c, b, d) = (m, m)$ por definición de igualdad de parejas.

$a + c = m$ & $b + d = m$ si un número m es igual tanto a $a + c$ como $b + d$ entonces

$$a + c = b + d$$

Ejemplo 1. $d = (7, 5)$; $-\partial$ Es: $(-\partial) = (5, 7)$ puesto que

$$\partial + (-\partial) = (7, 5) + (5, 7) = (12, 12) = 0$$

Ejemplo 2. $7 + (-7) = (7, 0) + (0, 7) = (7, 7) = 0$

SUSTRACIÓN DE LOS NÚMEROS ENTEROS

Dado dos números enteros ∂ & β , se define la sustracción de números enteros por:

$\partial - \beta$ como $\partial + (-\beta)$ esto quiere decir que; $\partial - \beta = \partial + (-\beta)$.

Ejemplo 1. $(7) - (5) = (7, 0) - (0, 7) = (7 - 0, 0 - 7) = (7, -7) = 0$

Ejemplo 2. $(9) - (3) = (9, 0) - (0, 3) = (9 - 0, 0 - 3) = (9, -3) = 6$

Ejemplo 3. $(8) - (13) = (8, 0) - (0, 13) = (8 - 0, 0 - 13) = (8, -13) = -5$

MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

Para la multiplicación de números enteros se usan parejas ordenadas.

En la multiplicación de dos parejas ordenadas (a, b) y (c, d) se obtiene.

$$(a, b) \times (c, d) = (a \times c + b \times d, a \times d + b \times c) = (e, f)$$

El producto de dos parejas ordenadas, es una ordenada.

Ejemplo 1. $(3, 2) \times (4, 5) = (3 \times 4 + 2 \times 5, 3 \times 5 + 2 \times 4)$

$$(3, 2) \times (4, 5) = (12 + 10, 15 + 8)$$

$$(3, 2) \times (4, 5) = (22, 23) = \overline{(0, 1)}$$

$$(3, 2) \times (4, 5) = -1$$

Resueltas las multiplicaciones en parejas ordenadas;

$$(3, 2) \times (4, 5) \text{ donde } (3, 2) = (1, 0) \text{ y } (4, 5) = (0, 1)$$

Se obtiene $(1, 0) \times (0, 1) = (1 \times 0 + 0 \times 1, 1 \times 1 + 0 \times 0)$

$$1 \times (-1) = (0 + 0, 1 + 0)$$

$$-1 = \overline{(0, 1)}$$

En forma breve se escribe; $1 \times (-1) = -1$

Ejemplo 2. $(8, 2) \times (3, 5) = (8 \times 3 + 2 \times 5, 8 \times 5 + 2 \times 3)$

$$(8, 2) \times (3, 5) = (24 + 10, 40 + 6)$$

$$(8, 2) \times (3, 5) = (34, 46) = \overline{(0, 12)}$$

$$(8, 2) \times (3, 5) = -12$$

En forma breve se escribe; $6 \times (-2) = -12$

Ejemplo 3. $(7, 6) \times (9, 4) = (7 \times 9 + 6 \times 4, 7 \times 4 + 6 \times 9)$

$$(7, 6) \times (9, 4) = (63 + 24, 28 + 54)$$

$$(7, 6) \times (9, 4) = (87, 82) = 5$$

En forma breve, $1 \times (5) = 5$

PROPIEDADES DE LA MULTIPLICACIÓN EN NÚMEROS ENTEROS

Propiedad de cerradura: Para todo $\hat{\alpha}, \hat{\beta} \in \mathbb{Z}$ se tiene que $\hat{\alpha} \cdot \hat{\beta} \in \mathbb{Z}$

Sea $(a, b) = \hat{\alpha}$ y $(c, d) = \hat{\beta}$, por definición de multiplicación de parejas ordenadas:

$(a, b) \times (c, d) = (a \times c + b \times d, a \times d + b \times c)$ pero $a, b, c, d \in \mathbb{N}$ y por la definición de multiplicación en \mathbb{Z} se obtiene el resultado $\hat{\alpha} \times \hat{\beta} \in \mathbb{Z}$.

Ejemplo 1. $(-8) \times (5) = -40 \in \mathbb{Z}$

Ejemplo 2. $(25) \times (3) = 75 \in \mathbb{Z}$

Ejemplo 3. $(-12) \times (-3) = 36 \in \mathbb{Z}$.

Propiedad asociativa: Para todo $\hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{\varphi} \in \mathbb{Z}$

$$\hat{\alpha} \times (\hat{\beta} \times \hat{\varphi}) = (\hat{\alpha} \times \hat{\beta}) \times \hat{\varphi} \text{ donde } (a, b) = \hat{\alpha}; (c, d) = \hat{\beta}; y (e, f) = \hat{\varphi}$$

Usando la expresión: $(a, b) \times [(c, d) \times (e, f)] = (a, b) \times (ce + df, cf + de)$

$$(a, b) \times (ce + df, cf + de) = [a(ce + df) + b(cf + de), a(cf + de) + b(ce + df)]$$

$$[a(ce + df) + b(cf + de), a(cf + de) + b(ce + df)] = (ace + adf + bcf + bde, acf + ade + bce + bdf)$$

Ejemplo 1. $(-2) \times [(-5) \times (-4)] = [(-2) \times (-5)] \times (-4)$

$$\begin{aligned}(-2) \times 20 &= 10 \times (-4) \\ -40 &= -40\end{aligned}$$

Ejemplo 2. $[(7) \times (4)] \times (-5) = 7 \times [4 \times (-5)]$

$$\begin{aligned}(28) \times (-5) &= 7 \times (-20) \\ -140 &= -140\end{aligned}$$

Propiedad conmutativa: Para todo $\hat{\alpha}, \hat{\beta} \in \mathbb{Z}$ se tiene $\hat{\alpha} \times \hat{\beta} = \hat{\beta} \times \hat{\alpha}$

Sean $(a, b) = \hat{\alpha}$ y $(c, d) = \hat{\beta}$, por definición se tiene

$$\begin{aligned}(a, b) \times (c, d) &= (ac + db, ad + bc) \\ &= (ca + db), (cb + da)\end{aligned}$$

Ejemplo 1. $(-4) \times 6 = 6 \times (-4)$

$$-24 = -24$$

Ejemplo 2. $-5 \times (-8) = (-8) \times -5$

$$40 = 40$$

Propiedad Distributiva Respecto de la Adición:

Para todo $\hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{\varphi} \in \mathbb{Z}$; $\hat{\alpha} \times (\hat{\beta} + \hat{\varphi}) = \hat{\alpha} \times \hat{\beta} + \hat{\alpha} \times \hat{\varphi}$

donde $(a, b) = \hat{\alpha}$; $(c, d) = \hat{\beta}$; y $(e, f) = \hat{\varphi}$

$$(a, b) \times [(c, d) + (e, f)] = (a, b) \times (c, d) + (a, b) \times (e, f)$$

$$(ac + bd, ad + bc) + (ae + bf, af + be)$$

Por lo que $\hat{\alpha} \times (\hat{\beta} + \hat{\varphi}) = \hat{\alpha} \times \hat{\beta} + \hat{\alpha} \times \hat{\varphi}$

Ejemplo 1. $(-3) \times [4 + (-5)] = (-3) \times 4 + (-3) \times (-5)$

$$(-3) \times (-1) = (-12) + 15$$

$$3 = 3$$

Ejemplo 2. $(-8) \times [(-3) + (-5)] = (-8) \times (-3) + (-8) \times (-5)$

$$(-8) \times (-8) = 24 + 40$$

$$64 = 64$$

Para la finalización del desarrollo de cada contenido es importante planificar las tareas que se le asigne a los estudiantes para reafirmar su aprendizaje.

A continuación se presentan sugerencias de actividades que tienen la finalidad de proveer la ejercitación de los contenidos desarrollados en el aula, con el propósito de tener una mejor asimilación del contenido y salirse de lo tradicional.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

La resolución de problemas según Soria (2010), en su libro 100 Problemas matemáticos, un recurso para el aula dice; que constituye un recurso básico y una parte integral de toda actividad Matemática, al constituirse en un proceso que debe darse en el salón de clases, usando contexto y que puedan aprender conceptos y destrezas, además desarrollar y aplicar las estrategias para su solución.

Problema tomado del libro: 100 Problemas Matemáticos del autor; Germán Soria

HABILIDAD A DESARROLLAR	División y multiplicación	PROBLEMA
		Edades
		
SUGERENCIA METODOLÓGICA La edad de Juan es $\frac{1}{6}$ que la edad de su padre. Sabiendo que la edad de su padre dividida por 2, 3, 4, 6 y 8 da de residuo 1, pero al dividir por 5 el residuo es 0. ¿Cuál es la edad de Juan?		

Problema tomado del libro; 100 Problemas Matemáticos del autor Germán Soria.

HABILIDAD A DESARROLLAR	Números Positivos y	PROBLEMA
	Negativos	El Número 6
$2 + 2 + 2 = 6$		
SUGERENCIA METODOLÓGICA Realizar ejercicios similares en clases, luego dejar que el estudiante los practique. Una forma de obtener el 6 es sumar tres veces el dos. Pero ¿Podrías obtener el 6 con otros tres números iguales y los signos que quieras? $3 \ 3 \ 3 = 6,$ $4 \ 4 \ 4 = 6,$ $5 \ 5 \ 5 = 6,$ $6 \ 6 \ 6 = 6,$ $7 \ 7 \ 7 = 6$		

Problema tomada del libro: 100 Problemas Matemáticos del autor; Germán Soria

HABILIDAD A DESARROLLAR	Números Positivos y Negativos	PROBLEMA Números Curiosos
$46 \times 96 = 64 \times 69$		
SUGERENCIA METODOLÓGICA		
<p>Los números 46 y 96 tienen curiosa propiedad; su producto no se altera aunque las cifras que las componen cambien de lugar. Podrías descubrir existen otros que tengan la misma propiedad. ¿Cuáles son?</p>		

Problema tomada del libro: 100 Problemas Matemáticos del autor; Germán Soria

HABILIDAD A DESARROLLAR	Análisis, positivismo Operaciones básicas.	PROBLEMA Las Vacas
		
SUGERENCIA METODOLÓGICA		
<p>Cuatro vacas negras y tres vacas marrones, dan una cantidad de leche en 5 días como tres vacas negras y cinco vacas marrones en 4 días. ¿Qué clase de vaca es la que más leche aporta, la negra o la marrón?</p>		

Actividad extraída del libro 1001 Juegos de Inteligencia para toda la Familia, de la autora Ángel Navarro.

HABILIDAD A DESARROLLAR	Seriación y suma	JUEGO	
		Sumas Triangulares	
<p>SUGERENCIA METODOLÓGICA</p> <ul style="list-style-type: none"> -Escribe el número correspondiente en cada espacio vacío. Cada uno es el resultado de la suma de los dos números que tiene encima. -Motivar al estudiante para que observe, analice para llegar a las solución. 			

Actividad extraída del documento “El Juego Como Recurso Didáctico en aula de Matemática de Adela Salvador, Universidad Politécnica de Madrid.

HABILIDAD A DESARROLLAR	Números Positivos y Negativos	JUEGO																													
		El Juego de la Rana																													
<p>El Juego de la Rana: Es un juego de estrategias que consiste en realizar el menor número de movimientos para intercambiar posiciones las fichas, negras con las blancas. Estas fichas son diseñadas.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">●</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">-1</td> <td style="text-align: center;">○</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"> </td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;"> </td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">●</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">-1</td> <td style="text-align: center;">○</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"> </td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;"> </td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">●</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">-1</td> <td style="text-align: center;">○</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"> </td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;"> </td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">●</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">-1</td> <td style="text-align: center;">○</td> </tr> </table>				●	1	-1	○		0	0		●	1	-1	○		0	0		●	1	-1	○		0	0		●	1	-1	○
●	1	-1	○																												
	0	0																													
●	1	-1	○																												
	0	0																													
●	1	-1	○																												
	0	0																													
●	1	-1	○																												
<p>SUGERENCIA METODOLÓGICA: Se usan cierto número de fichas de dos colores, negras y blancas; las negras se colocan a la derecha y las blancas a la izquierda de un espacio libre. El objetivo es que con el menor número de movimientos, intercambiar las posiciones de las fichas. Condiciones para el juego.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Las fichas blancas solo pueden moverse a la derecha y las negras solo a la izquierda. 2. Una ficha puede moverse a una casilla adyacente si está vacía de ficha o de numerales. 3. Una ficha puede saltar, sobre otro de distinto color, a una casilla vacía. 4. Cada movimiento consiste en mover una sola ficha. <p>Aplicación para los números positivos y negativos: Cero (0) al hueco inicial, y numerar con números positivos las posiciones de la derecha, y negativos a las posiciones de la izquierda. Indicar que el movimiento de la ficha blanca como (-1, 0) si va de la casilla -1 a la casilla 0, y el primer movimiento de la ficha negra como (1, -1) si salta de la casilla 1 a la casilla -1.</p>																															

Actividad del libro; Juegos Didácticos, de Nieves Sariago, Pilar Terceño y José Cuervo

HABILIDAD A	Operaciones con Números	JUEGO
DESARROLLAR	Positivos y Negativos	BINGOMATE

Recursos:

25 cartones con 3 líneas horizontales de juego y en cada línea 3 números enteros.

Rotuladores para tachar los cartones.

45 bolas de plástico incorporando en su interior operaciones con números enteros.

Hojas de control y bolsas para sacar las bolas.

BINGOMATE					1
			-9	0	10
-8			2		2
		-21		11	18

BINGOMATE					2
			-11	-7	22
-10			-4		3
		0		8	9

HOJA DE CONTROL

-27+5 -22	7(-3) -21	5(-4) -20	-17-2 -19	6(-3) -18	-15-2 -17	(-8)(+2) -16	-18-(-3) -15	(-7)(+2) -14
-9-4 -13	6(-2) -12	-14+3 -11	(-5)2 -10	-3-6 -9	2-10 -8	(-6)+(-1) -7	(-12) ÷ 2 -6	15 ÷ (-3) -5
0+(-4) -4	(-6) ÷ 2 -3	(-8)+6 -2	(-6) ÷ 6 -1	-3+3 0	(-3) ÷ (-3) 1	-8 ÷ (-4) 2	-9 ÷ (-3) 3	-12 ÷ -3 4
1-(-4) 5	(-2)(-3) 6	2-(-5) 7	(-4)(-2) 8	9X1 9	5X2 10	-2+13 11	8+4 12	-13(-1) 13
8+6 14	(-5)(-3) 15	14-(-2) 16	14-(-3) 17	(-6)-3 18	14-(-5) 19	18+2 20	(-3)(-7) 21	16-(-6) 22

SUGERENCIA METODOLÓGICA

1. Se reparten los cartones a los estudiantes.
2. El profesor irá sacando las bolas con operaciones de la bolsa.
3. Los alumnos van tachando el número resultante de su cartón.
4. El primero que tache una línea horizontal grita, en voz alta "LINEA".
5. El profesor deberá comprobar.
6. Seguirá sacando bolas hasta que los números de un cartón sea tachado completamente y dirá en voz alta "BINGOMATE".
7. El profesor comprobará que sean tachados correctamente todos los números.

ANEXO 2



Universidad Galileo, Quetzaltenango
Facultad de Educación
Licenciatura en Educación, de la Matemática y la Física

ENCUESTA DIRIGIDA A ESTUDIANTES

A continuación se le plantea una serie de preguntas, por lo que se le solicita responderlas sinceramente, ya que el propósito de la misma es de fines académicos. Su respuesta, contribuirá a mejorar la calidad del proceso de enseñanza – aprendizaje de la Aritmética. Gracias.

Información general

a) Grado _____ Edad _____ Sexo _____

b) Lugar del Instituto: _____

INSTRUCCIONES: En algunas preguntas debe escribir lo que piensas y en otras debes marcar una equis (X) sobre la raya, según sea su respuesta.

1. ¿Cuál de las tres asignaturas que se le plantea le gusta más? enuméralas del 1 al 3 en su orden:

Historia _____
Matemática _____
Comunicación y Lenguaje _____

2. De la Matemática, generalmente me gusta (marque solo una)

a) Ejercitar _____ b) Copiar _____ c) Aplicar _____ d) Nada _____

3. ¿Le interesa aprender Matemática? a) Si _____ b) No _____

4. Si le interesa aprender Matemática, responda marcando solo una.

a) Para que mis padres estén contentos conmigo..... _____

b) Porque es importante para mi futuro..... _____

c) Porque puedo aplicar los contenidos en la vida..... _____

d) Para estar entre los mejores de mi clase..... _____

e) Para que mis compañeros y maestros me admiren... _____

f) Otros: _____

5. Si no le interesa aprender Matemática escriba tres razones:

1. _____

2. _____

3. _____

6. Los contenidos de Matemática le permiten solucionar situaciones de su vida.
 a) Si _____ b) No _____
7. Está satisfecho con los conocimientos que recibe en la clase de Matemática.
 a) Si _____ b) No _____
8. ¿El tiempo que dedica el profesor para explicar y ejercitar es suficiente?
 a) Si _____ b) No _____
9. ¿Cómo se considera en la dedicación de sus estudios?
 a) Asistir puntualmente..... _____
 b) realizar los ejercicios con interés..... _____
 c) Participar activamente en clase..... _____
 d) Quedarme fuera de clases cuando haya oportunidad... _____
 e) Copiar las tareas de los compañeros..... _____

SEGUNDA PARTE:

1. ¿Qué es número entero?
 a) Es la parte de un todo..... _____
 b) Es una multiplicación..... _____
 c) Es la unión del conjunto de números positivos con el conjunto de números negativos y el conjunto del número cero..... _____
2. ¿Le es fácil realizar suma y resta de números enteros? a) Si _____ b) No _____
3. ¿Es importante aprender a multiplicar y dividir con números enteros?
 a) Si ___ b) No___
4. ¿En qué momento ha aplicado suma y resta de números enteros?
 a) Al pagar un préstamo _____
 b) Al repartir una ganancia.. _____
 c) En ningún momento..... _____
5. ¿Cómo le enseñaron los números enteros?
 a) Con explicación oral únicamente. _____
 b) Con gráficas en el pizarrón..... _____
 c) Con Juegos..... _____
 d) Otro, especifique. _____

6. ¿De qué forma sugiere que le enseñen las operaciones con números enteros?
- a) Resolviendo problemas..... _____
 - b) Con gráficas en el pizarrón..... _____
 - c) Con Juegos entre compañeros..._____
 - d) Otra forma especifique _____
7. ¿Cree que tiene compañeros que les facilita realizar operaciones con números enteros? a) Sí _____ b) No _____
8. Tiene idea que los números enteros tienen utilidad en otros contenidos.
- a) Si _____ b) No _____
9. ¿Cuál fue la mayor dificultad que encontró al resolver ejercicios de suma, resta, multiplicación y división de números enteros?
- a) No existe mucha explicación..... _____
 - b) Diferenciar la aplicación del signo... _____
 - c) Hallar el procedimiento a seguir..... _____
 - d) Poco tiempo dedicado al tema _____
10. De las cuatro operaciones con números enteros. ¿Cuál le es más difícil resolver?
- a) Suma..... _____
 - b) Resta..... _____
 - c) Multiplicación.... _____
 - d) División..... _____
 - e) Ninguna..... _____



Universidad Galileo, Quetzaltenango
Facultad de Educación
Licenciatura en Educación de la
Matemática y la Física

BOLETA DE ENCUESTA DIRIGIDA A DOCENTES

A continuación se plantean varios enunciados, por lo que se solicita responderlas sinceramente, la información que proporcione es de carácter confidencial, el propósito de la misma es de fines académicos. Su respuesta, contribuirá a mejorar la calidad del proceso de enseñanza – aprendizaje de la Aritmética. Gracias.

INFORMACIÓN ADICIONAL

1. El título que posee para ejercer el curso es:
a) M E P _____ b) P E M _____
c) PEM. En Matemática y Física _____ d) Lic. En Pedagogía _____
e) Otro especifique _____
2. El tiempo que tiene en impartir el curso es de:
a) De cero a tres años _____ b) De cuatro a ocho años _____
c) De nueve a diez años _____ d) Más de diez años _____
3. La cantidad de estudiantes que atiende por sección es de:
a) De diez a quince estudiantes _____ c) De dieciséis a veinte estudiantes _____
b) De veintiuno a treinta estudiantes _____ d) Más de treinta y un estudiantes _____
4. Además de Impartir el curso de Matemática imparte otro curso: SI _____ NO _____
Especifique: _____

INFORMACIÓN ESPECÍFICA:

1. ¿Considera qué es importante el aprendizaje de los números enteros? Si ____ No ____
2. ¿Cómo considera el conocimiento previo que posee el estudiante en números enteros:
Mucho _____ Regular _____ Poco _____ Nada _____
3. ¿Qué medios didácticos utilizas para fijar el conocimiento en los estudiantes?
Oral _____ Escrito _____ Visual _____
4. ¿Utiliza recursos para la enseñanza de los números enteros SI _____ NO _____
Especifique. _____

5. ¿Cuáles de los recursos utiliza con mayor frecuencia para la enseñanza en clase?
 Pizarrón ___ cartel ___ proyector ___ computadora ___ otros _____
 Por qué _____
6. ¿Con qué frecuencia asigna tareas a los estudiantes?
 Diario _____ semanal _____ mensual _____ Al finalizar un tema _____
7. ¿Qué objetivo persigue al asignar ejercicios a los estudiantes?
 a) Asignar un punteo..... _____
 b) Fijar el tema..... _____
 c) Aprovechar el tiempo..... _____
8. ¿Qué ventajas se obtiene al asignar ejercicios a los estudiantes?

9. ¿Qué actividades desarrolla para la enseñanza de la Aritmética?
 Juegos lógicos _____ Juegos lúdicos _____ Otro especifique _____
10. La aplicación de juegos lúdicos para la enseñanza de los números enteros es beneficioso. SI _____ NO _____
 Por qué _____
11. Los beneficios que proporciona los juegos lúdicos son:
 a) Mejor la comprensión del tema... _____
 b) Despierta el interés del alumno... _____
 c) Mantener ocupado al alumno..... _____
 d) Mejorar la fijación del tema..... _____
12. ¿Considera que el dominio de los números enteros mejora el rendimiento de los estudiantes? SI _____ No _____
 Por qué _____
13. Ha prestado atención a los estudiantes sobre las dificultades del dominio de las operaciones básicas de números enteros. SI _____ NO _____

14. ¿Cuáles son las causas que usted considera del poco dominio sobre las operaciones básicas con números enteros?
- a) falta de conocimiento previo..._____
 - b) falta de atención en clase....._____
 - c) falta de interés del tema..... _____
 - d) poca ejercitación..... _____
 - e) poco tiempo de aplicación..... _____
15. ¿Qué tiempo cree que los estudiantes le dedican para la realización de sus tareas?
- Nada _____ poco _____ mucho _____
16. ¿Cuál es la mejor forma en que aprenden los estudiantes?
- a) Individual _____ b) en pareja _____ c) en grupo _____
17. ¿Cómo cree el apoyo que reciben los estudiantes en casa para mejorar su rendimiento?
- Suficiente apoyo ____ Escaso apoyo_____ Nada de apoyo _____
18. ¿Qué didáctica utiliza para la enseñanza de las operaciones básicas de números enteros?
- Explicación....._____
 - Demostración..... _____
 - Solución de problemas....._____
 - Asignación de tareas..... _____
19. La enseñanza de los números enteros lo realiza utilizando problemas del entorno del estudiante. SI _____ NO _____
20. ¿Qué métodos utiliza para la enseñanza de las operaciones básica de números enteros?
- a) _____
 - b) _____
 - c) _____
 - d) _____
 - e) _____



Guatemala,

27 de mayo 2016

Msc. Bayardo Mejía

Decano FACED

Universidad Galileo

Estimado maestro Bayardo:

Por medio de la presente, se deja constancia que el presente trabajo de graduación se pública en el Tesario de la Universidad Galileo sin la respectiva carta individualizada del autor, pues a la fecha y luego de muchos intentos de ubicar al autor, este no se ha presentado a la entrega de la misma y no ha sido localizado el ahora profesional para completar el trámite requerido por la Universidad Galileo.

No obstante la Facultad de Educación reconoce como autor al estudiante que se consigna en la portada y en la respectiva carta enviada al Decano la cual puede observarse en las primeras hojas de la investigación.

Por lo anterior expresa que es el resultado de un proceso sustentado mediante el protocolo de FACED del respectivo año, establecidos en el Reglamento de la Universidad Galileo y declara responsable del contenido a su autor y los derechos de autor de los trabajos consultados para realizar la investigación han sido respetados.

Sin otro particular, me suscribo.

Lizbeth Barrientos

Centro de Investigaciones FACED

LLNH /llbh

